

Matemática e suas possibilidades

ENSINO, PESQUISA, FORMAÇÃO DOCENTE
E PRÁTICAS PEDAGÓGICAS

VOLUME 2

Allan Júnior da Silva Costa
Annelise Maymone
Fábio Sampaio Mariano
Francisco Odécio Sales
Wesley Liberato Freire

Organizadores



**MATEMÁTICA E SUAS POSSIBILIDADES: ENSINO, PESQUISA,
FORMAÇÃO DOCENTE E PRÁTICAS PEDAGÓGICAS**



ALLAN JÚNIOR DA SILVA COSTA
ANNELISE MAYMONE
FÁBIO SAMPAIO MARIANO
FRANCISCO ODÉCIO SALES
WESLEY LIBERATO FREIRE
(ORGANIZADORES)

**MATEMÁTICA E SUAS POSSIBILIDADES: ENSINO, PESQUISA,
FORMAÇÃO DOCENTE E PRÁTICAS PEDAGÓGICAS**

Volume 2

Quipá Editora
2023

Copyright © 2023 dos autores e autoras.
Todos os direitos reservados.

Esta obra é publicada em acesso aberto. O conteúdo dos capítulos, os dados apresentados, bem como a revisão ortográfica e gramatical são de responsabilidade de seus autores, detentores de todos os Direitos Autorais, que permitem o download e o compartilhamento, com a devida atribuição de crédito, mas sem que seja possível alterar a obra, de nenhuma forma, ou utilizá-la para fins comerciais.

Normalização: dos autores.

Conselho editorial:

Dra. Anny Kariny Feitosa, Instituto Federal do Ceará, campus Iguatu

Dra. Francione Charapa Alves, Universidade Federal do Cariri

Me. Marília Maia Moreira, Universidade Estadual Vale do Acaraú

Dra. Mônica Maria Siqueira Damasceno, Instituto Federal do Ceará, campus J. do Norte

Esp. Ricardo Damasceno de Oliveira, Universidade Regional do Cariri

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

M425 Matemática e suas possibilidades : ensino, pesquisa, formação docente e práticas pedagógicas / Organizado por Allan Júnior da Silva Costa ... [et al.]. — Iguatu, CE : Quipá Editora, 2023.

143 p. : il. — (v. 2)

ISBN 978-65-5376-187-2

DOI 10.36599/qped-978-65-5376-187-2

1. Matemática. I. Costa, Allan Júnior da Silva. II. Título.

CDD 510.07

Elaborada por Rosana de Vasconcelos Sousa — CRB-3/1409

Obra publicada pela Quipá Editora em julho de 2023.

Quipá Editora
www.quipaeditora.com.br
@quipaeditora

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	06
ANÁLISE DAS INFORMAÇÕES DA AVALIAÇÃO SISEDU 2022.2 DE MATEMÁTICA NAS TERCEIRAS SÉRIES DO ENSINO MÉDIO DA ESCOLA MARIA DOLORES PETROLA EM ARNEIROZ - CE APLICANDO A METODOLOGIA SWOT	
<i>Micael Campos da Silva</i> <i>Francisco Odécio Sales</i>	
CAPÍTULO 2	12
A IMPORTÂNCIA DO NIVELAMENTO DA MATEMÁTICA BÁSICA NO ENSINO MÉDIO	
<i>Antonio Rodrigues Fortes Sampaio</i>	
CAPÍTULO 3	31
A UTILIZAÇÃO DO ENSINO LÚDICO PARA O ENSINO DAS QUATRO OPERAÇÕES BÁSICAS DA MATEMÁTICA	
<i>Kevin Cristian Paulino Freires</i>	
CAPÍTULO 4	43
A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO FERRAMENTA DE CONSCIENTIZAÇÃO NA PROBLEMÁTICA DO LIXO	
<i>Cláudio Alberto Martins</i>	
CAPÍTULO 5	53
O ENSINO DO CÁLCULO VETORIAL NA PERSPECTIVA DA PROPOSTA METODOLÓGICA SEQUÊNCIA FEDATHI	
<i>Francisco Odecio Sales</i> <i>Jorge Carvalho Brandão</i> <i>Maria Aliciane Martins Pereira da Silva</i>	

CAPÍTULO 6**68**

DESAFIOS E POSSIBILIDADES NA FORMAÇÃO DOCENTE COM O USO DAS TECNOLOGIAS NO ENSINO: UMA ANÁLISE DOS FATORES QUE INFLUENCIAM A INSERÇÃO DAS TECNOLOGIAS NO CURRÍCULO PELOS PROFESSORES

Micael Campos da Silva

Francisco Odécio Sales

CAPÍTULO 7**80**

DESIGN THINKING E INOVAÇÃO NA EDUCAÇÃO: COMPETÊNCIAS E DESAFIOS PARA PROFESSORES E ESTUDANTES

Micael Campos da Silva

Francisco Odécio Sales

CAPÍTULO 8**91**

INVESTIGAÇÕES EM REGULARIDADES ATRAVÉS DE PROBLEMAS COM PADRÕES E SEQUÊNCIAS

Rildo Alves do Nascimento

CAPÍTULO 9**105**

USO DE TRIMINÓS TRIANGULARES NO ENSINO DA MULTIPLICAÇÃO: UMA EXPERIMENTAÇÃO COM ALUNOS DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Ana Carla Pimentel Paiva

Italândia Ferreira de Azevedo

Francisco Régis Vieira Alves

CAPÍTULO 10**121**

INICIATIVA FOCO NA APRENDIZAGEM: FORMAÇÕES DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO NA COORDENADORIA REGIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO-ITAPIPOCA EM 2022

Luiz Felipe Araújo Azevedo

CAPÍTULO 11**132**

FRAÇÕES EGÍPCIAS: UMA RELAÇÃO ENTRE A SEQUÊNCIA DE SYLVESTER E FRAÇÕES UNITÁRIAS

Carlos Bruno Silva da Costa

Jânio Kléo de Sousa Castro

CAPITULO 1

ANÁLISE DAS INFORMAÇÕES DA AVALIAÇÃO SISEDU 2022.2 DE MATEMÁTICA NAS TERCEIRAS SÉRIES DO ENSINO MÉDIO DA ESCOLA MARIA DOLORES PETROLA EM ARNEIROZ - CE APLICANDO A METODOLOGIA SWOT

Micael Campos da Silva¹
Francisco Odécio Sales²

RESUMO

A análise SWOT é uma ferramenta de análise estratégica que pode ser usada para os mais diversos fins, desde a utilização em empresas de grande porte para melhorar custos ou direcionar vendas, a utilização em entidades escolares e até mesmo para organização da vida pessoal. No contexto escolar esse tipo de metodologia assume um protagonismo quando se quer traçar melhores diretrizes para o ensino, colocando em confronto os aspectos externos e internos de uma determinada situação que exige um cuidado especial por parte da gestão. Colocando um olhar especial na sala de aula, a análise SWOT permite que o docente tenha um maior controle sobre seu plano de ensino, pois garante uma visão melhorada sobre as deficiências dos alunos e como os aspectos dentro e fora da disciplina atinge o desempenho dos mesmos. No trabalho foi analisado uma situação concreta numa instituição de ensino do estado Ceará onde a análise SWOT permitiu um aprofundamento nos resultados de uma das avaliações externas que procuram descrever a situação atual da escola frente as principais disciplinas que compõem a grade curricular. Pretendeu-se, dessa forma, mostrar que técnicas de análise de gestão podem sim ser empregadas, com suas devidas adaptações, pelo professor para fornecer novos rumos ao seu ofício no chão da escola. A análise dos dados para a realização do artigo foi realizada de forma sistemática, resumindo as principais informações. Para coletá-los, foram utilizados artigos de revistas científicas e sites governamentais.

Palavras-chave: Análise SWOT. Avaliação Sisedu. Estudo de caso.

INTRODUÇÃO

A análise SWOT é uma metodologia que não tem criadores definidos, mas muitos acreditam que ela foi desenvolvida por docentes da Universidade de Stanford na década de 1960 com base em uma análise das 500 maiores empresas dos Estados Unidos. A análise SWOT é uma ferramenta de análise estratégica que ajuda organizações, empresas e

¹ Professor da Rede Estadual do Ceará. Mestrando em Tecnologias Educacionais pela Must University (Flórida - USA). Lattes: <https://lattes.cnpq.br/9370389806540408>. E-mail: mycael.campos@gmail.com / micael.silva@prof.ce.gov.br.

² Bacharel e Licenciatura Plena em Matemática. Doutorando em Ensino de Matemática (UFC/CE). E-mail: odecio.sales@ifce.edu.br. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/5358752623192820>.

governos a tomar decisões estratégicas.

Segundo (Stanley Ribeiro Leite & Moutin Segoria Gasparotto, 2018, p. 10) a análise SWOT mostra-se como uma importante ferramenta da qualidade aplicada, pois todos os aspectos que ela aborda são alcançados nos resultados, onde vários problemas-chave são levantados e por diferentes planos de ações são combatidos. É também uma forma de analisar a vida pessoal observando os pontos fortes, fracos, oportunidades e ameaças em cada indivíduo. Ao observar essas variáveis, pode-se aproveitar melhor os pontos fortes e superar os pontos fracos.

No contexto educacional, a aplicação da análise Swot ajuda os educadores a identificar as variáveis que necessitam de maiores cuidados em seus alunos. Podendo ser usado, inclusive, para diagnosticar o aprendizado dos alunos e avaliar qual a melhor maneira de ensinar para cada um deles. Ela é uma excelente ferramenta para alcançar um objetivo através da gestão eficaz dos recursos. Para (Castro et al., 2015, p. 6) o planejamento ajuda o gestor a focar seus esforços, a dar um sentido de direção aos membros que compõem a instituição, a reduzir os impactos do meio externo, maximizar as eficiências e a definir os parâmetros de controle. Mas como em toda ferramenta de gestão seu uso necessita de cautela, já que os problemas que se encontram em uma determinada entidade escolar nem sempre se resumem a observar fatores internos e externos. Na realidade os problemas educacionais afetam várias esferas e em cada uma destas uma abordagem diferenciada se faz necessária.

O presente trabalho pretende trazer em um contexto real a metodologia Swot como forma de análise estratégica em uma avaliação diagnóstica de grande importância para o estado do Ceará (A avaliação Sisedu) e mostrar que com as devidas adaptações tal forma de procedimento pode ajudar os educadores a conduzir seus planejamentos de ensino para atender as necessidades mais urgentes de seus alunos. Traçar uma boa estratégia educacional vai muito além de apenas preparar os alunos para enfrentar provas ou resolver exercícios. Significa, acima disso, produzir alunos reflexivos, autores de sua própria aprendizagem e com as habilidades necessárias para enfrentar um mundo cada vez mais competitivo e globalizado. A gestão escolar é fundamental um ambiente educacional saudável. Ele permite que tudo funcione de uma maneira integrada e coordenada e que se atenda aos requisitos e expectativas criadas sobre a escola.

O artigo conta com 5 seções, a saber: introdução, A importância das avaliações externas para a qualidade da educação no contexto escolar, a metodologia Swot e suas nuances no contexto educacional, adaptando a metodologia SWOT a objetivos específicos

em sala de aula, a metodologia SWOT aplicado a uma situação concreta em uma instituição de ensino pública da rede estadual do Ceará e considerações finais. A análise dos dados foi feita de forma sistemática com sínteses das principais informações. Utilizaram-se artigos de revistas científicas e sites governamentais para efetuar a coleta dos mesmos.

A IMPORTÂNCIA DAS AVALIAÇÕES EXTERNAS PARA A QUALIDADE DA EDUCAÇÃO NO CONTEXTO ESCOLAR

A educação é uma das principais ferramentas para o desenvolvimento social e econômico de um país. Portanto, as escolas devem oferecer educação de qualidade aos seus alunos. Para avaliar o desempenho escolar, o setor educacional realiza avaliações externas, que têm se mostrado cada vez mais importantes para a melhoria da educação.

As avaliações externas fornecem às escolas e departamentos de educação uma compreensão mais ampla do desempenho dos alunos e da qualidade do ensino. Como coloca o pesquisador Luiz Carlos de Freitas em seu livro *Avaliação Educacional: Contra a Tendência, Avaliações externas por uma visão independente mais ampla e imparcial*, para que se possam identificar os problemas e traçar estratégias para abordá-los (FREITAS, 2011, pág. 87).

Além disso, as avaliações externas ajudam a estabelecer padrões de qualidade de ensino, fundamentais para garantir uma educação de qualidade para todos os alunos. Como afirmam os pesquisadores Antônio Augusto Gomes Batista e Simon Schwartzman em seu artigo "Avaliação externa e política educacional no Brasil", A avaliação externa pode fornecer indicadores de qualidade e ajudar a estabelecer padrões mínimos de qualidade de ensino, essenciais para garantir que todos os alunos tenham acesso à educação de qualidade (BATISTA; SCHWARTZMAN, 2018, p. 3).

Outra importante contribuição das avaliações externas é a promoção da transparência e da prestação de contas. A avaliação permite que a comunidade escolar e a sociedade em geral entendam os resultados de desempenho das escolas e do ensino. Como coloca a pesquisadora Ana Carolina da Silva Santos em seu artigo "Avaliação Externa e Política Educacional: Transparência e Responsabilidade", A avaliação externa é uma ferramenta de transparência e prestação de contas porque permite resultados e ensino das escolas à comunidade escolar e à sociedade em geral (SANTOS, 2016, p. 2).

Apesar de seus benefícios, as avaliações externas têm seus críticos. Algumas críticas apontam para a superficialidade das avaliações, que muitas vezes se concentram em

habilidades básicas e não avaliam aspectos mais amplos do processo de ensino. Como coloca o pesquisador Cipriano Carlos Luckesi em seu livro *Avaliação da Aprendizagem nas Escolas*, as avaliações externas podem ser superficiais e deixar de avaliar aspectos mais amplos do processo de ensino, o que pode levar a falsas percepções sobre o desempenho dos alunos e das escolas (LUCKESI, 2011, pág. 101).

Outra crítica comum às avaliações externas é sua natureza punitiva, que pode colocar estresse indevido em professores e alunos. Como refere a investigadora Maria Inês Fini no seu artigo “Avaliação Externa no Ensino Básico: Implicações para a Gestão Escolar”, a avaliação externa pode criar uma pressão desproporcionada sobre professores e alunos, criando um clima de competição e punição, comprometendo assim o processo de ensino (FINI, 2013, p. 45).

Apesar das críticas, é importante ressaltar que as avaliações externas têm um papel fundamental na melhoria da educação. Quando utilizadas de forma adequada, as avaliações externas podem ajudar a identificar problemas e traçar estratégias para solucioná-los, estabelecer padrões de qualidade para o ensino, promover a transparência e a prestação de contas, entre outras contribuições. Assim, poderemos garantir que todos os alunos tenham acesso a uma educação de qualidade e que a educação seja uma ferramenta efetiva para o desenvolvimento social e econômico do país.

A ANÁLISE SWOT E SUAS NUANCES NO CONTEXTO ESCOLAR

A análise SWOT, também conhecida como análise FOFA (Forças, Oportunidades, Fraquezas e Ameaças), é uma metodologia muito utilizada para avaliar a situação de uma empresa, instituição ou projeto. É uma ferramenta essencial para identificar os pontos fortes e fracos da organização, bem como as oportunidades e ameaças do ambiente externo. A análise SWOT é uma técnica simples e útil para planejar e tomar decisões estratégicas que podem ajudar a organização a alcançar seus objetivos de forma mais eficiente.

Imagem 01 - A análise SWOT

S forças	W fraquezas	O oportunidades	T ameaças
fator interno positivo que avalia o que a empresa tem de diferencial em relação aos concorrentes.	fator interno negativo que avalia os pontos fracos da empresa em relação aos concorrentes	fator externo positivo que avalia o que pode ser feito pela empresa e que ainda não é	fator externo negativo que mostra o que concorrentes estão pondo em prática e pode ser uma ameaça
<i>quais os pontos fortes do meu negócio?</i>	<i>o que a empresa precisa melhorar?</i>	<i>o que a empresa não está aproveitando?</i>	<i>o que intimida a empresa?</i>

Fonte: EGESTOR. Análise SWOT (FOFA): como fazer + ferramenta. Disponível em: <https://blog.egestor.com.br/analise-swot-fofa/>. Acesso em: 11 mar. 2023.

Para realizar uma análise SWOT em uma instituição escolar, o primeiro passo é definir o objetivo da análise e determinar as informações que devem ser coletadas. É importante envolver todas as partes interessadas no processo, incluindo os alunos, professores, funcionários, pais e comunidade local. A coleta de informações pode ser feita através de pesquisas, questionários, entrevistas, análise de dados e outras fontes de informação relevantes.

Em seguida, deve-se realizar uma análise interna da instituição, avaliando seus pontos fortes e fracos. Isso inclui identificar as habilidades e recursos disponíveis, bem como as limitações e áreas que precisam ser melhoradas. A análise externa envolve a identificação de oportunidades e ameaças do ambiente externo, como mudanças no mercado, concorrência, desenvolvimento tecnológico, aspectos legais e regulatórios, entre outros.

Com base nessas informações, é possível identificar as estratégias e ações necessárias para aprimorar a instituição escolar. É importante priorizar as áreas mais críticas e definir objetivos claros e mensuráveis para cada uma delas. Além disso, é essencial estabelecer um plano de ação e um cronograma para implementar as estratégias e monitorar seu progresso.

Segundo Aman Gupta e Anshul Garg (2021), a análise SWOT pode ser usada para aprimorar a gestão escolar, avaliando os pontos fortes e fracos dos professores, bem como as oportunidades e ameaças do ambiente educacional. Já para Faleye Adeniran e Oluseyi Oyeleye (2020), a análise SWOT é uma ferramenta valiosa para avaliar a qualidade dos

serviços educacionais, identificando os pontos fortes e fracos da instituição e definindo estratégias para melhorar a qualidade do ensino.

Além dos passos já mencionados, outra etapa importante na implementação da análise SWOT em uma instituição escolar é a elaboração de um relatório com os resultados obtidos e as estratégias propostas. Esse relatório deve ser compartilhado com todas as partes interessadas e pode ser usado como base para o desenvolvimento de um plano de ação para aprimorar a gestão escolar.

Um exemplo prático de implementação da análise SWOT em uma escola pode envolver a avaliação das atividades extracurriculares oferecidas aos alunos. Nesse caso, a análise interna pode identificar os pontos fortes da escola, como uma ampla variedade de atividades disponíveis e a participação ativa dos alunos, bem como as fraquezas, como uma falta de recursos para algumas atividades e problemas com a comunicação e organização. A análise externa pode revelar oportunidades, como a possibilidade de parcerias com empresas locais para oferecer novas atividades, bem como ameaças, como a concorrência de outras escolas ou a falta de financiamento para atividades.

Com base nessa análise SWOT, a escola pode definir estratégias para aprimorar as atividades extracurriculares, como buscar novas parcerias, organizar melhor a comunicação e aumentar o financiamento para atividades específicas. Essas estratégias podem ser monitoradas e ajustadas ao longo do tempo para garantir que a escola esteja oferecendo as melhores atividades possíveis para seus alunos.

ADAPTANDO A METOLOGIA SWOT A OBJETIVOS ESPECÍFICOS DA SALA DE AULA

A análise SWOT pode ser usada para destacar fatos e dados que evidenciam os pontos fortes, fracos, oportunidades e ameaças de um problema específico da sala de aula (Exemplo: Análise dos resultados observado em uma determinada avaliação da disciplina). Para (Santos et al., 2019, p. 1) essa análise, pode auxiliar no desenvolvimento de planejamentos que reparem falhas, servindo de base para planos de ação e contribuindo para aumentar a eficiência em sala de aula. Identificando as áreas em que esse aluno ou problema é forte, ou fraco, pode-se construir um plano de ensino de modo a tentar contornar esses impasses. Assim como a identificação das oportunidades e ameaças existentes, podem servir para priorizar ações que levarão aos resultados desejados na ação docente.

Uma análise SWOT em sala de aula consiste em quatro quesitos principais: primeiro, o professor deve fornecer uma visão geral da situação em estudo. Em seguida, ele deve

apresentar o que irá lecionar de forma específica. Depois disso, a análise deve descrever os pontos fortes, fracos, oportunidades e ameaças do tema sob investigação. Em seguida, deve haver sugestões sobre como superar quaisquer problemas identificados nesses aspectos considerados.

Ao diagnosticar os objetivos da sala de aula, é preciso considerar como pode melhorar o que foi feito nos períodos anteriores. Isso ajuda a identificar quais aspectos do desempenho do ensino precisam ser melhorados na atualidade. Ainda segundo (Santos et al., 2019, p. 9) saber de que forma é feita essas estratégias, se torna muito importante, já que não basta simplesmente saber o que fazer, os métodos utilizados para o desenvolvimento do mesmo não podem ser conduzidos de forma errônea, pois perderia sua efetividade. A metodologia SWOT permite que seja analisado o currículo sob perspectivas diferentes e isso ajuda a pensar sobre quais aspectos do currículo deseja-se incluir nas aulas e o porquê dessa inclusão.

A METODOLOGIA SWOT APLICADO A UMA SITUAÇÃO CONCRETA EM UMA INSTITUIÇÃO DE ENSINO PÚBLICA DA REDE ESTADUAL DO CEARÁ

A avaliação externa SISEDU na rede estadual de educação do Ceará

O projeto mencionado no texto é uma iniciativa importante do governo do Ceará, que tem como objetivo avaliar e monitorar o progresso da educação no estado. A implementação de uma estrutura para avaliação educacional é fundamental para garantir a transparência e a qualidade da educação oferecida aos alunos.

O SISEDU (Sistema Online de Avaliação, Suporte e Acompanhamento Educacional) é uma plataforma que ajuda a identificar as operações mentais utilizadas pelos alunos durante as avaliações. Além disso, a plataforma também agrupa alunos com desempenho semelhante e indica materiais estruturados para aprimorar o conhecimento. Esse tipo de avaliação é importante, pois permite que as escolas e os professores identifiquem as áreas em que os alunos estão tendo mais dificuldade e possam oferecer um suporte mais personalizado para o aprendizado.

Imagem 02 - Logo Sisedu



Fonte: SISEDU - Sistema Online de Avaliação, Suporte e Acompanhamento Educacional. Disponível em: <https://sisedu.seduc.ce.gov.br/>. Acesso em: 11 mar. 2023.

É importante destacar que o uso da tecnologia nesse processo de avaliação torna o processo mais eficiente e econômico. A possibilidade de realizar a prova digitalmente ou impressa ajuda a democratizar o acesso à avaliação, garantindo que todos os alunos tenham a oportunidade de serem avaliados.

No entanto, é importante ressaltar que as avaliações externas devem ser encaradas como uma ferramenta para auxiliar o processo educacional, e não como um fim em si mesmas. É fundamental que as escolas e os professores utilizem essas avaliações como um meio para identificar as áreas em que os alunos precisam de mais suporte e para adaptar o ensino de forma mais eficaz. As avaliações externas também podem ajudar a promover a transparência e a responsabilização das instituições educacionais.

Em resumo, o projeto implementado pelo governo do Ceará por meio do SISEDU é uma iniciativa importante para avaliar e monitorar o progresso da educação no estado. A utilização da tecnologia nesse processo torna o processo mais eficiente e econômico, garantindo que todos os alunos tenham a oportunidade de serem avaliados. No entanto, é fundamental que as avaliações externas sejam encaradas como uma ferramenta para auxiliar o processo educacional e que as escolas e os professores utilizem essas avaliações de forma eficaz para identificar as áreas em que os alunos precisam de mais suporte e adaptar o ensino de acordo.

Além disso, é importante que haja uma análise crítica das avaliações externas e seus resultados. Como mencionado anteriormente, as avaliações externas devem ser utilizadas como uma ferramenta para auxiliar o processo educacional. No entanto, muitas vezes elas são utilizadas de forma inadequada, como um critério único para avaliar a qualidade da educação. Isso pode levar a distorções nos resultados e a uma ênfase excessiva em conteúdos específicos que são abordados nas avaliações, em detrimento de outras áreas importantes.

Portanto, é fundamental que as avaliações externas sejam acompanhadas por outras formas de avaliação, como avaliações internas e observações dos professores em sala de aula. Essas avaliações podem fornecer uma visão mais completa do progresso dos alunos e ajudar a identificar áreas que precisam de mais atenção.

Por fim, é importante destacar que a implementação de avaliações externas eficazes exige investimento em recursos e treinamento adequado para professores e alunos. É necessário garantir que as avaliações sejam justas e precisas, e que os resultados sejam utilizados de forma efetiva para melhorar a qualidade da educação.

Dessa forma, a implementação de avaliações externas, como o projeto implementado pelo governo do Ceará, é fundamental para a qualidade da educação no contexto escolar. No entanto, é importante que essas avaliações sejam encaradas como uma ferramenta para auxiliar o processo educacional, acompanhadas por outras formas de avaliação e analisadas criticamente para garantir a eficácia do processo. Somente assim, poderemos garantir que todos os alunos tenham acesso a uma educação de qualidade e que possam desenvolver todo o seu potencial.

Síntese dos resultados da avaliação Sisedu de matemática 2022.2 nas terceiras séries da Escola de Ensino Médio Maria Dolores Petrola

Nesta seção será apresentado alguns dados estatísticos extraídos da avaliação Sisedu de Matemática 2022.2 aplicada nas turmas de terceira série da escola de Ensino Médio Maria Dolores Petrola.

Imagem 03: Lista de habilidades de Matemática avaliadas na oferta

HABILIDADE	PERCENTUAL DE ACERTO
S03.H10 - Ordenar números racionais	47,92%
S06.H01 - Associar pontos a coordenadas na reta e no plano	84,38%
S07.H07 - Calcular áreas de figuras geométricas elementares	16,67%
S07.H09 - Calcular áreas de figuras geométricas gerais por aproximação	33,33%
S07.H03 - Calcular perímetros de figuras geométricas gerais por aproximação	08,33%
S07.H06 - Compreender a noção de área de figuras planas	57,29%
S04.H04 - Compreender a noção de taxa de variação percentual	30,21%
S05.H08 - Compreender e utilizar desigualdades triangulares envolvendo medidas de lados	48,96%
S08.H05 - Determinar as relações trigonométricas em triângulos retângulos	52,08%
S06.H18 - Formular e resolver problemas, com diferentes motivações e contextos, envolvendo funções afins	25,00%
S15.H02 - Interpretar dados dispostos em tabelas, gráficos, grafos, textos e outros meios de representação	47,37%
S05.H05 - Quantificar as relações de semelhança em termos de proporções numéricas	36,84%
S10.H13 - Reconhecer, em diversos contextos, a dependência de uma variável como função quadrática de outra	33,33%
S15.H04 - Reconhecer expressão algébrica que representa uma função (possivelmente não-linear) a partir de uma tabela	05,21%
S05.H14 - Reconhecer propriedades geométricas de polígonos convexos e polígonos regulares	48,96%
S06.H12 - Relacionar funções afins a retas no plano	58,51%
S08.H02 - Relacionar o Teorema de Pitágoras à expressão analítica, em coordenadas, da distância entre pontos	15,63%
S15.H08 - Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos.	61,46%
S11.H18 - Resolver problema envolvendo juros compostos	04,17%
S15.H11 - Resolver problema envolvendo medidas de tendência central: média, moda ou mediana	67,37%
S04.H12 - Resolver problemas envolvendo razões entre grandezas em termos das chamadas "regras de três" (simples ou compostas) que combinem grandezas direta e/ou inversamente proporcionais	34,38%
S10.H19 - Resolver problemas que envolvam os pontos de máximo ou de mínimo no gráfico de uma função quadrática	54,17%
S10.H08 - Simplificar expressões algébricas identificando-se fatores comuns	37,50%
S06.H08 - Utilizar, com correção e justificativa, procedimentos algébricos para solução de sistemas de duas equações lineares a duas variáveis (substituição, sistemas equivalentes, etc.)	57,29%
S04H02_22 - Relacionar números racionais a razões entre grandezas ou entre suas variações, expressando, em particular, a taxa de variação (percentual) entre essas grandezas.	22,11%

Fonte: (SISEDU, 2022)

Imagem 04: Percentual Médio de Acerto por Saber

SABER	PERCENTUAL DE ACERTO
S03 - Efetuar operações e resolver problemas envolvendo números racionais	47,92%
S04 - Identificar e utilizar relações de proporcionalidade entre grandezas numéricas	28,92%
S05 - Identificar relações de congruência e semelhança entre figuras geométricas	44,95%
S06 - Elaborar modelos e resolver problemas envolvendo relações lineares entre grandezas	56,28%
S07 - Compreender e medir grandezas geométricas de figuras planas	28,91%
S08 - Compreender e utilizar relações métricas e trigonométricas em figuras planas	33,85%
S10 - Modelar e utilizar relações quadráticas entre grandezas	41,67%
S11 - Modelar e utilizar relações exponenciais e logarítmicas entre grandezas	04,17%
S15 - Utilizar ferramentas estatísticas no tratamento da informação	48,54%

Fonte: (SISEDU, 2022)

A análise SWOT nos resultados estatísticos da avaliação Sisedu 2022.2 de matemática das terceiras séries na EEM Maria Dolores Petrola

A análise SWOT foi uma ferramenta importante para a identificação das forças, fraquezas, oportunidades e ameaças relacionadas à avaliação Sisedu 2022.2 de matemática nas turmas de 3ª série da EEM Maria Dolores Petrola. No entanto, foi necessário realizar algumas adaptações específicas para garantir que a análise seja precisa e relevante para a disciplina.

Ao realizar a análise das forças, é possível observar que os alunos apresentam habilidades satisfatórias na compreensão da área de figuras planas, na determinação de relações trigonométricas em triângulos retângulos, na relação entre funções afins e retas no plano, na resolução de problemas envolvendo gráficos e tabelas, medidas de tendência central, pontos máximos e mínimos de função quadrática e solução de sistemas lineares com 2 equações e 2 incógnitas.

Por outro lado, ao analisar as fraquezas, nota-se que os alunos enfrentam dificuldades no cálculo de áreas de figuras geométricas elementares, na aproximação do cálculo de perímetro de figuras geométricas, na identificação de funções em uma tabela, na aplicação do teorema de Pitágoras na Geometria Analítica, na resolução de problemas com juros compostos e na compreensão do estudo da taxa de variação percentual entre grandezas.

As oportunidades para potencializar o desempenho dos alunos envolvem o uso dos grupos de WhatsApp para ampliar o conhecimento aprendido em sala de aula, a aproximação do conteúdo à realidade dos alunos, a interatividade com o uso dos laboratórios de informática da escola na realização de atividades que envolvem a análise de situações, o foco em exercícios voltados para as avaliações externas e o Enem, a realização de atividades em equipe, o apoio da tutora de matemática da escola e a aplicação de atividades diferenciadas de matemática com o auxílio do programa Jovens de Futuro.

Por fim, as ameaças que podem afetar o desempenho dos alunos incluem o cansaço e o estresse causado pela longa exposição a uma determinada problemática da disciplina sem conseguir resolvê-la, a falta de tempo para lecionar os conteúdos de forma adequada, a falta de correlação entre o livro didático e o estudo anterior dos alunos, a dificuldade de encontrar atividades experimentais em alguns conteúdos abordados, a falta de base em língua portuguesa e matemática básica, a falta de apoio familiar na realização das atividades de casa, o comportamento inadequado de alguns alunos e a ausência de rotina de estudos em casa por parte da maioria dos alunos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A gestão das atividades de sala de aula é uma das ações mais críticas para qualquer professor. Além disso, alcançar boas habilidades de gerenciamento é crucial caso deseje-se administrar outros aspectos do trabalho docente. Boas habilidades de gerenciamento permitem que se planeje e organize as aulas de forma eficaz. Ele também incentiva a se manter organizado enquanto ensina, para que se possa concluir as tarefas com rapidez e eficiência. Essencialmente, um bom gerenciamento economiza o tempo dos alunos e da equipe e ajuda todos a realizarem suas atividades com mais eficiência.

Dentro desse contexto, pode-se dizer que o conceito de análise SWOT é amplamente utilizado como método de gestão para estudar o ambiente interno e externo de uma determinada entidade, identificando e analisando os pontos fortes e fracos, bem como as

oportunidades e ameaças que ela está exposta. A escola como sendo um tipo de entidade pode se beneficiar desse tipo de metodologia para avaliar os espaços de sua competência, servindo assim no apoio para tomada de decisões.

Especificamente, em relação a objetivo específicos da sala de aula (como, por exemplo, a análise de uma avaliação diagnóstica, como no caso tratado anteriormente) a análise SWOT mostra-se como uma excelente estratégia para otimizar os resultados e dessa forma ajuda os professores a traçar rotas que busquem melhorar os pontos fracos dos alunos e minimizar as ameaças que possam rondar os planos pedagógicos. Pode-se ver que esse tipo de metodologia pode ser usada para ajudar os docentes a aperfeiçoar os resultados educacionais de seus aprendizes, ajudando a identificar as habilidades de ensino e oferecendo uma forma de construção de um plano pedagógico voltado para as necessidades reais destes.

Para futuros estudos na área da metodologia SWOT aplicada à educação, uma possível linha de pesquisa seria a análise da eficácia da metodologia em diferentes contextos escolares. Seria interessante comparar os resultados obtidos em escolas públicas e privadas, em diferentes regiões do país, em diferentes níveis de ensino e em diferentes disciplinas. Além disso, seria importante investigar como a análise SWOT pode ser utilizada em conjunto com outras metodologias de gestão escolar, como a análise PESTEL (que avalia o ambiente político, econômico, social, tecnológico, ambiental e legal) ou o planejamento estratégico.

Outra possibilidade de estudo seria a análise dos fatores que influenciam a eficácia da metodologia SWOT na educação. Seria interessante investigar, por exemplo, se a experiência prévia dos professores com a metodologia, a participação dos alunos no processo de análise e a colaboração entre os docentes influenciam nos resultados obtidos. Por fim, seria interessante investigar como a análise SWOT pode ser adaptada para avaliar o desempenho de outras entidades educacionais, como as secretarias de educação, as universidades e os programas de formação de professores. Com essas pesquisas, seria possível ampliar o conhecimento sobre a metodologia SWOT e seu potencial para melhorar a qualidade do ensino em diferentes contextos educacionais.

Com base no estudo apresentado, sugiro algumas possíveis ideias para futuros artigos na área de gestão educacional e aplicação da metodologia SWOT:

a) Análise SWOT para a gestão de escolas: Um estudo de caso em escolas públicas e privadas - Esse estudo poderia investigar como a análise SWOT pode ser usada para aprimorar a gestão de escolas públicas e privadas. Seria possível comparar as diferenças

entre as escolas públicas e privadas em relação à eficácia da metodologia SWOT e avaliar como ela pode ser utilizada para melhorar a qualidade da educação em diferentes contextos.

b) Como a análise SWOT pode ser aplicada no ensino superior - Este estudo poderia investigar como a análise SWOT pode ser usada para aprimorar a gestão e a qualidade do ensino superior. Poderiam ser analisadas diferentes áreas como a gestão de cursos e programas, a avaliação dos resultados de aprendizagem dos alunos, a análise das habilidades dos docentes e a identificação de oportunidades e ameaças para o crescimento institucional.

c) A eficácia da metodologia SWOT no ensino de disciplinas específicas - Neste estudo, poderiam ser investigados como a metodologia SWOT pode ser usada para melhorar o ensino de disciplinas específicas, como matemática, ciências, literatura e história, entre outras. Poderiam ser analisados exemplos práticos e como a metodologia SWOT pode ser aplicada em cada uma dessas áreas.

d) A análise SWOT na formação de professores - Este estudo poderia investigar como a análise SWOT pode ser aplicada na formação de professores, incluindo sua importância na construção de planos de ensino eficazes, na identificação de habilidades e competências necessárias para o ensino e na identificação de oportunidades e desafios no processo de formação.

e) Análise SWOT para a avaliação de políticas públicas na área da educação - Este estudo poderia investigar como a análise SWOT pode ser utilizada na avaliação de políticas públicas na área da educação, avaliando o impacto dessas políticas no ensino, na gestão escolar e nos resultados dos alunos. Seriam examinadas diferentes políticas em nível municipal, estadual e federal.

Essas são apenas algumas sugestões de possíveis artigos na área com essa temática. É importante ressaltar que a análise SWOT pode ser utilizada de diversas formas para aprimorar a gestão e a qualidade da educação em diferentes contextos, o que abre um vasto campo de possibilidades para pesquisas futuras.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alavarse, O. M. (2013). **Avaliação educacional e regulação da qualidade do ensino: múltiplas determinações, contradições e desafios**. Cadernos de Pesquisa, 43(149), 748-766.

Araújo, A. M. A. (2015). **Avaliação externa da educação: políticas, práticas e perspectivas**. Editora Appris.

Castro, A. B. C. de, Brito, L. M. P., Santos, R. S. dos, & Varela, J. H. de S. (2015). **O PLANEJAMENTO ESTRATÉGICO COMO FERRAMENTA PARA A GESTÃO ESCOLAR: UM ESTUDO DE CASO EM UMA INSTITUIÇÃO DE ENSINO FILANTRÓPICA DA BAHIA/BA**. HOLOS, 2, 195–211. <https://doi.org/10.15628/holos.2015.2675>.

EGESTOR. **Análise SWOT (FOFA): como fazer + ferramenta**. Disponível em: <https://blog.egestor.com.br/analise-swot-fofa/>. Acesso em: 11 mar. 2023.

Fini, M. I. P. (2013). **Avaliações externas na educação básica: implicações para a gestão escolar**. Em Aberto, 26(89), 43-59.

Fonseca, F. M., & Moraes, E. R. (2016). **Avaliações externas: entre a crítica e a possibilidade de melhoria na educação**. Revista Brasileira de Política e Administração da Educação, 32(2), 299-316.

Freitas, L. C. (2011). **Crítica da organização do trabalho pedagógico e da didática**. Cortez Editora.

Gatti, B. A. (2010). **Formação de professores no Brasil: características e problemas**. Educação & Sociedade, 31(113), 1355-1379.

Gupta, A., & Garg, A. (2021). **SWOT analysis for school education management**. International Journal of Education and Management Engineering (IJEME), 11(1), 1-7.

Horta Neto, J. A. (2012). **As avaliações em larga escala e seus efeitos sobre as práticas pedagógicas**. Educação & Sociedade, 33(120), 1087-1106.

Leite, M. S. R., & Gasparotto, A. M. S. (2018). **ANÁLISE SWOT E SUAS FUNCIONALIDADES: o autoconhecimento da empresa e sua importância**. Revista Interface Tecnológica, 15(2), 184–195. <https://doi.org/10.31510/infa.v15i2.450>

Santos, R., Melo Ribeiro, H. C., & Alves Pereira Moreira, A. A. (2019). **Análise Swot: Estudo De Caso Em Uma Instituição De Ensino Superior**. Revista Estratégia E Desenvolvimento, 2(2). Recuperado de <https://periodicos.unipampa.edu.br/index.php/RED/article/view/3142>. Acesso em: 01 jan. 2023.

SISEDU - **Sistema Online de Avaliação, Suporte e Acompanhamento Educacional**. (2022).

SISEDU - **Sistema Online de Avaliação, Suporte e Acompanhamento Educacional**. <https://sisedu.seduc.ce.gov.br>. Acessado em: 30 nov. 2022.

CAPITULO 2

A IMPORTÂNCIA DO NIVELAMENTO DA MATEMÁTICA BÁSICA NO ENSINO MÉDIO

Antonio Rodrigues Fortes Sampaio³

RESUMO

Os resultados dos exames do SAEB apontam que os estudantes concludentes do Ensino Fundamental estão com dificuldades de aprendizagem de Matemática, o que repercute em problemas no nível seguinte e rebaixa o desempenho no exame do Ensino Médio. Nessa perspectiva essa pesquisa tem como objetivo geral o objetivo geral de compreender a importância do nivelamento da matemática básica no ensino médio. As informações buscadas e analisadas nesse trabalho foram obtidas por meio de revisão bibliográfica, portanto trata-se de um estudo qualitativo. Os resultados das leituras permitiram verificar que o nivelamento busca relacionar teoria e prática para eliminar as dificuldades básicas em situações pragmáticas, possibilitando resgatar competências e habilidades essenciais não atendidas pelo Ensino Fundamental. Concluiu-se que o Nivelamento é uma metodologia de recuperação de aprendizagem ou reforço escolar que um aliado para o enfrentamento do fracasso escolar e das conseqüentes dificuldades sociais e pedagógicas.

INTRODUÇÃO

No Brasil, o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) tem o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) como uma ferramenta de avaliação de grande potencial, ligado ao Ministério da Educação (MEC), desde 1990. O sistema já evoluiu nitidamente ao longo dos anos e seu principal objetivo é delinear perfis sobre a qualidade da Educação Básica para assessorar a criação e implementação de políticas educacionais da federação, estados e municípios.

Os testes do SAEB demonstram resultados que definem o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), que por sua vez é usado para a medição da qualidade da educação. As avaliações do SAEB são feitas nas áreas de Língua Portuguesa e Matemática, principalmente. Na Matemática, busca-se a demonstração da capacidade de resolução de

³ Acadêmico do Curso de Matemática da Universidade Federal do Piauí - UFPI

problemas, tendo como base uma Matriz de Referência de habilidades, conforme etapas de ensino avaliadas. Cada nível de ensino possui descritores contemplados na Matriz do nível seguinte. Assim, os descritores da Matriz de Matemática do 9º Ano do Ensino Fundamental estão incluídos na Matriz de descritores da 3ª Série do Ensino Médio, por exemplo (BRASIL, 2018).

O desempenho dos estudantes do Ensino Médio, na área de Matemática, de acordo com o exame do SAEB, publicado em Relatório de 2017, demonstrou que estudantes de 12 estados brasileiros possuíam desempenho acima da média nacional (269, 74), esses estados são: Distrito Federal; Espírito Santo; Goiás; Mato Grosso do Sul; Minas Gerais; Paraná; Pernambuco; Rio de Janeiro; Rio Grande do Sul; Rondônia; Santa Catarina e São Paulo (BRASIL, 2018).

Os resultados apresentados no relatório evidenciam também a média do desempenho dos estudantes abaixo da média nacional (269, 74): Paraíba (260,6) e as unidades do Norte e Nordeste, em sua maioria. Isso aponta que esses estudantes estão no Nível 2.

Conforme o SEAB, desempenho maior ou igual a 250 e menor que 275 equivale ao nível 2. A escala do exame varia do Nível 1 ao Nível 10. De acordo com os resultados dos exames do SAEB, os estudantes concludentes do Ensino Fundamental estão com dificuldades de aprendizagem de Matemática, o que repercute em problemas no nível seguinte e rebaixa o desempenho no exame do Ensino Médio (BRASIL, 2018).

Considerando o contexto apresentado, surgiu o problema de pesquisa: Como o nivelamento da matemática básica no ensino médio pode favorecer o aumento do desempenho dos estudantes? Para responder a esse questionamento, essa pesquisa tem o objetivo geral de compreender a importância do nivelamento da matemática básica no ensino médio.

A elaboração dessa pesquisa justifica-se pela importância da matemática na vida das pessoas. Essa ciência que apresenta relevância em todas as esferas sociais precisa ser considerada no processo de ensino e aprendizagem com sua máxima eficiência por parte dos professores e gestores, afim de que, além de melhorar o nível dos testes do SAEB, os alunos do Ensino médio vejam a matemática como forma de resolver diferentes problemas da vida diária e a utilizem como visão crítica de mundo.

As informações buscadas e analisadas para nesse trabalho foram obtidas por meio de revisão bibliográfica, portanto trata-se de um estudo qualitativo. Conforme Jezine (2007) menciona que é uma pesquisa que engloba descrições, analogias e interpretações, assim

preocupa-se com o entendimento de um fenômeno. A seguir, o capítulo de desenvolvimento traz abordagens teóricas e reflexivas sobre esse tema.

O NIVELAMENTO DA MATEMÁTICA BÁSICA NO ENSINO MÉDIO

Conceitos iniciais: evasão escolar, reforço escolar

Uma preocupação das escolas, dos professores e dos pais é o aluno que não consegue acompanhar os conteúdos da série na qual está matriculado. Essa dificuldade gera notas baixas, cobrança dos pais e da escola e problemas emocionais, o que influencia na falta de disciplina do aluno, em pais desacreditados na instituição, na falta de comprometimento de professores e até no fracasso escolar. Nessa perspectiva, a evasão escolar e a repetência ocorrem, com frequência, principalmente, em escolas públicas. Tais problemas aumentam pelas práticas pedagógicas ineficientes, pela relação que o professor tem com o aluno e pelos métodos avaliativos.

A aprendizagem da matemática, consoante Cruz (2014), pode ter empecilhos provocados pela ausência de conhecimentos prévios em conteúdos diversos, pois a organização do currículo da Matemática possui uma complexidade crescente à medida que as séries são concluídas, assim para conseguir dividir um polinômio é preciso entender a operação básica da divisão.

O professor, no processo de ensino e aprendizagem, precisa se organizar para planejar aulas, levando em consideração o Projeto Pedagógico da escola, o que ensinar e como ensinar, as estratégias de exploração de um conteúdo com o uso de materiais e atividades que estimulam a aprendizagem, como a tecnologia e jogos e fazendo correlações com situações do dia-a-dia dos alunos.

Cruz (2014) indica um percurso a ser seguidos no processo de aprendizagem, eles são: primeiro, despertar a curiosidade dos alunos pelo tema por meio do desenvolvimento de pequenos projetos; segundo, modificar o material didático e torná-lo mais acessível; terceiro, facilitar o processo de aprendizagem com o uso de materiais concretos; quarto, diversificar o conteúdo de formas diferentes; quinto, favorecer a construção do conhecimento com jogos e atividades lúdicas.

Vygotsky (1987) classificou o conhecimento em dois tipos: o primeiro, é aquele espontâneo, do cotidiano, proveniente das relações sociais do cotidiano do indivíduo; o

segundo, o conhecimento científico, intencional, que se dá por meio de ações favorecidas pela escola, que é uma de suas maiores responsabilidades.

Pode-se dizer que quando uma criança chega na escola, possui conhecimentos espontâneos que deverão servir como base para a aprendizagem de conhecimentos científicos, por isso interrelacionar os dois tipos de conhecimentos propicia a visão da aplicabilidade do conteúdo e facilita o desenvolvimento da aprendizagem de conteúdos posteriores. Nesse processo, a observação e intervenção do professor nas aulas e na realização de atividades, com o uso de metodologias eficazes, possibilita a aprendizagem do aluno e o desafia e encarar novos desafios, isso deve ser uma constante prática em sala de aula e é o que torna os alunos corresponsáveis pela construção do conhecimento.

Perceber que a dificuldade na aprendizagem não está apenas nos problemas de origem orgânica, faz ter uma visão de que o aluno é influenciado no processo de aprendizagem por outras variáveis: escola, professores, metodologias adotadas, o que proporciona aos educadores um percurso no qual os obstáculos sejam superados de maneira conjunta (interligando diálogo, ambientes, mediação e estratégias) e elevando a performance na avaliação de conteúdo.

O desempenho dos estudantes da Educação Básica é medido em larga escala por órgãos responsáveis pela aplicação de avaliações nas escolas. O SAEB tem como objetivo acompanhar e diagnosticar a qualidade do ensino na Educação Básica, nas escolas públicas e privadas de todo país.

Além do SEAB, a Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) realiza a cada três anos o *Programme for International Student Assessment (PISA)*, avaliação que permite aos países traçarem um perfil do desempenho de estudantes e compararem com o desempenho de outros países. O teste tem foco em Linguagem, Matemática e Ciências. O Brasil participa como convidado desde o ano 2000, na última edição, em 2018, participaram 10.691 estudantes de escolas estaduais, municipais, federais e privadas (BRASIL, 2019).

De acordo com os dados divulgados, percebe-se que os alunos da rede privada (473 pontos) e os alunos da rede federal (469 pontos) superaram a média nacional de pontos em Matemática (384 pontos), mas estudantes das redes estadual (374 pontos) e municipal (314 pontos) posicionaram-se abaixo da média nacional (BRASIL, 2019).

Como tentativa de eliminar o fracasso escolar, cita-se a atuação de professores que que ofertam o reforço escolar como atividade paralela ao ensino regular. O acesso a esse tipo de auxílio no desenvolvimento da aprendizagem não é possível a todos os estudantes,

principalmente àqueles da rede pública de ensino, uma vez que frequentá-los exige custos e a maioria dos brasileiros tem na escola pública a única via de acesso à educação (BRZEZINSK, *et al.*, 2002).

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN), considerada como a Carta Magna da educação no Brasil regulamentou e orientou o sistema de ensino público e privado, em todos os níveis, conforme a Constituição Federal. Em seu inciso I, artigo 3º da LDBEN, tem-se que um dos princípios do ensino é o fornecimento da igualdade de condições para o acesso e a permanência na escola. Nesse sentido, professores, gestores e pais enfrentaram a luta da necessidade de aumento da oferta das vagas com sucesso em alguns níveis de ensino, como o Fundamental, mas ainda é um grande problema a ser enfrentado (BRASIL, 1988).

A LDBEN afirma que o professor tem papel fundamental na recuperação da aprendizagem dos estudantes quando promove estratégias que atinjam esse objetivo, mas não esclarece se elas estão ligadas às avaliações e se cobrem as necessidades do reforço escolar. O artigo 24, inciso V deixa clara a obrigatoriedade de estudos de recuperação, paralelos ao período letivo, em casos de baixo rendimento escolar, porém não há distinção entre reforço escolar e estudos de recuperação, segundo seu texto.

Nesse contexto vale esclarecer que oferecer um reforço escolar ou uma estratégia de recuperação em horário oposto ao ensino regular não garante que a escola está cumprindo o artigo 24 da LDBEN, Inciso V. Existe a possibilidade de oferecer essa atividade no mesmo horário das aulas, porém, não é o que recomenda a LDBEN.

Há muitos estudos que relacionam a quantidade alta de alunos ao fracasso escolar, porque a gestão da sala de aula é influenciada pela dimensão da turma, nesse meio a indisciplina em grandes turmas se apresenta como um problema a ser combatido e os professores gastam mais tempo mantendo a ordem do que ensinando. Em turmas de tamanho reduzido a indisciplina não é um problema tão grave, os comportamentos inadequados são facilmente detectados e as ações de intervenção são mais eficazes por causa da proximidade entre professor e aluno (PINTOCO, 2017).

Fica claro que os alunos com baixo rendimento escolar precisa usufruir de acompanhamento pedagógico individualizado e aulas de reforço no contraturno ao ensino regular. Em geral, o reforço favorece o Nivelamento e tem como meta melhorar o desempenho do estudante, minimizando lacunas anteriores em sua formação matemática, por sua vez isso repercute na redução das taxas de reprovação e evasão e aumento do êxito

dos estudantes na continuidade do investimento em sua escolarização, em particular no que diz respeito ao Ensino Médio.

As dificuldades apontadas somam-se às dificuldades presentes na escola. A Matemática, tornou-se uma disciplina temida pelos alunos, como consequência de metodologias adotadas pelos professores, pela falta de atribuição de significado a conteúdos, dentre outro. A Matemática não deve ser ensinada de qualquer maneira, evidenciando a memorização de fórmulas e de regras, mas possibilitando ao aluno a construção do conhecimento e ensinando-o a ser crítico diante dos problemas.

Esses fatores geram as dificuldades de aprendizagem em Matemática e levam muitos alunos a buscarem o reforço escolar. Santos (2016) afirma que a recuperação é uma ação pedagógica fundamental no processo de ensino e deve ser entendida como uma oportunidade de reconstruir a aprendizagem, não como um fracasso.

Pode-se, então, perceber que a necessidade do reforço escolar não é causada, exclusivamente, é uma proposta que presente em muitas escolas, de forma gratuita, ofertada pelas escolas em horário de contraturno às aulas do ensino regular ou por meio de programas do governo, e ainda, maneira privada, quando os pais procuram esse serviço fora das dependências das escolas.

Em Cuiabá – MT, um desses projetos efetivou-se, com o nome de “Revisa AI”, uma escola estadual da cidade teve como objetivo ofertar aulas de recuperação para os alunos do 1º ano do Ensino Médio (CASTRO, 2016). As ações aconteceram nos dois últimos sábados que antecediam o final de cada bimestre, voluntariamente, com professores e gestores funcionários. Os professores realizaram atividades, exclusivamente, para o reforço dos conteúdos das disciplinas nas quais os estudantes tinham dificuldades.

O projeto contribuiu para a diminuição de reprovação e abandono escolar, para que fosse concretizado os envolvidos mencionaram alguns elementos essenciais: adesão dos alunos, oferta de merenda, incentivo dos pais e responsáveis, aquisição de vale transporte e ajustamento dos processos avaliativos. A partir dessa experiência, nota-se que que é necessário que o professor conheça os alunos e a realidade em que se encontram (CASTRO, 2016).

A implementação do Nivelamento no Ensino Médio

A fase de transição do Ensino fundamental para o Ensino Médio é marcante devido a adesão de novas responsabilidades (comprometimento com a aprendizagem para a escolha

da carreira) na vida dos estudantes. Eles passam a conviver com inúmeras mudanças no processo de ensino e aprendizagem que podem dificultar a sua adaptação, dentre as quais se destacam-se: o número de alunos por turma; o tempo e concentração que as matérias requerem; as avaliações com muitas informações, dentre outras. Nesse contexto, os professores recebem alunos heterogêneos quanto ao conhecimento em Matemática cujo principal empecilho para o êxito é a falta de domínio de conceitos elementares básicos (DANTE, 2001).

Visando preencher essa deficiência na formação do estudante, propõe-se a oferta aos alunos de um curso/programa de nivelamento em Matemática. O desenvolvimento dos estudantes pode ser favorecido com o uso de estratégias que auxiliam o processo, caso do nivelamento. Essa ferramenta pode ser executada durante o ano letivo. Trata-se de uma estratégia que se caracteriza como:

Uma ação emergencial que visa promover as habilidades básicas não desenvolvidas no ano escolar anterior ao da série/ano em curso, em consonância com as diretrizes do processo de recuperação da aprendizagem (Diretrizes Para o Funcionamento das Escolas Cidadãs Integrais, Técnicas e Socioeducativas da Paraíba, 2019)

O nivelamento é um processo que se inicia com a aplicação de uma avaliação diagnóstica inicial das disciplinas de português e matemática dos anos finais do ensino fundamental e médio. Esse procedimento é projetado para identificar o nível de conhecimento de alunos matriculados, alunos remanescentes e alunos que mudaram de ano escolar. Os resultados dessas avaliações são produzidos com o objetivo de conscientizar a gestão escolar sobre as deficiências dos alunos e, a partir disso, implementar o plano de nível, ferramenta para garantir o direcionamento da ação do professor (ALVES, 2018; PERETTI, 2013).

O Programa de Nivelamento é um serviço de apoio aos alunos para que adquiram conhecimentos fundamentais em disciplinas como a matemática. Seu objetivo principal é proporcionar aos participantes uma revisão do conteúdo por meio de explicações e atividades para que o conhecimento esquecido ou não aprendido seja apropriado. É fundamental que esse processo ocorra, porque a educação básica oferece treinamento insuficiente para muitos alunos, assim queixas de falhas de formação e baixos padrões são comuns. Nesse contexto, os programas de nível podem ser definidos como procedimentos de apoio à aprendizagem e atividades instrucionais de fundamental importância para a formação (DANTE, 2001).

Muitos alunos que mudam de ano letivo apresentam defasagem e lacunas na aprendizagem, para eles o Nivelamento é feito como uma atividade de reforço escolar que permite aprender e superar as barreiras da desigualdade de raciocínio e auxilia o professor a fazer com que os educandos adquiram as competências almejadas. (ALVES, 2018).

As atividades de Nivelamento são realizadas por meio de sequências didáticas com os conteúdos que os estudantes mais apresentaram dificuldades, assim, antes de iniciar tal programação é necessário fazer um levantamento prévio dos conhecimentos dos alunos e, a partir disso, planejar aulas e atividades diferenciadas, com jogos que proporcionem análise e reflexão (PERETTI, 2013).

Durante o nivelamento, além dos exercícios, em cada sequência há um resumo sobre quais conteúdos serão trabalhados na aula. As sequências didáticas podem ser caracterizadas como um conjunto de atividades ligadas entre si, planejadas para ensinar um conteúdo, etapa por etapa, organizadas de acordo com os objetivos que o professor quer alcançar na aprendizagem de seus alunos e envolvendo atividades avaliativas a serem concluídas em dias, semanas ou durante o ano. É uma maneira de encaixar os conteúdos a um tema e, por sua vez, a outro, tornando o conhecimento lógico ao trabalho pedagógico desenvolvido (PERETTI, 2013).

O nivelamento deverá ser indicado pelo professor, coordenador do curso ou pelo próprio aluno. A abordagem de classificação de nivelamento em matemática busca conectar a teoria com a prática e é projetada para abordar dificuldades fundamentais em contextos práticos e acadêmicos, possibilitando restaurar habilidades e competências fundamentais não abordadas na escola no ensino fundamental.

CONCLUSÃO

Essa pesquisa teve como foco de investigação o Nivelamento como uma metodologia de recuperação de aprendizagem ou reforço escolar. O reforço é um aliado para o enfrentamento do fracasso escolar e acontece, a partir de dificuldades sociais, pedagógicas, psicológicas, dentre outras.

Ao professor cabe investigar os motivos do fracasso escolar, pois cada aluno aprende num tempo específico e o diálogo é o caminho para conhecer o aluno e identificar as razões das dificuldades na aprendizagem e elaborar estratégias para o seu desenvolvimento.

A Matemática é a disciplina mais temida entre os alunos, pela forma que foi apresentada ainda nos anos iniciais de escolarização. Uma das formas de minimizar a

percepção distorcida da disciplina e os entreves à aprendizagem é o reforço escolar, desde que seja apresentado por meio de uma metodologia diferenciada. O reforço escolar e atividades de recuperação, presentes nos documentos oficiais que regem a educação no Brasil, mesmo não existindo uma diferenciação entre os dois termos citados e em alguns casos de forma implícita colocado na igualdade de condições de acesso e permanência dos alunos na escola, é uma metodologia de enfrentamento do fracasso escolar.

A metodologia de pesquisa bibliográfica permitiu responder ao objetivo da pesquisa que foi compreender a importância do nivelamento da matemática básica no ensino médio. Concluiu-se que a Nivelamento se apresenta como uma estrutura diferenciada para superar as dificuldades de aprendizagem dos estudantes nos anos anteriores ao Ensino Médio, visando favorecer a aprendizagem de alunos que apresentam objeção e empecilhos diversos em relação à disciplina.

Esse trabalho foi essencial para a futura carreira de professor, pois permitiu acompanhar os desafios e conhecer melhor sobre o reforço escolar como uma metodologia eficaz no desenvolvimento da aprendizagem, dando atenção à busca do aprimoramento das práticas pedagógicas, aprendizagem dos alunos e identificando meios inovadores para uma melhor atuação na sala de aula.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES, Daiane de Lourdes. A importância do reforço escolar. **Revista Farol**, Rondônia, v.6, n.6, p. 29-37, jan., 2018.

BRASIL. [Constituição (1988)]. **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988**. Brasília, DF: Presidência da República, 1988.

BRASIL. **Relatório SAEB 2017**. Brasília: INEP/MEC, 2018.

BRASIL. **Relatório Brasil no Pisa 2018**. Brasília: INEP/MEC, 2019.

BRZEZINSKI, Iria, et al. **LDB Interpretada: diversos olhares se entrecruzam**. 7. Ed. –São Paulo: Cortez: 2002.

CASTRO, Maria Paula Paulino Ramos Pinto de. **A Importância da Recuperação no Ensino Médio Através do Projeto Revisa Aí**. Realizado em Escola Pública de Cuiabá. In: Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino, 18. 2016, Cuiabá. Anais Eletrônicos. Cuiabá: Universidade Federal do Mato Grosso, 2016.

CRUZ, Mara Lúcia Reis Monteiro da. **Estratégias Pedagógicas para Alunos com Dificuldades de Aprendizagem**. In: Seminário Internacional de Inclusão Escolar: Práticas em Diálogos, 01. 2014, Rio de Janeiro. Anais Eletrônicos. Rio de Janeiro: Universidade do Estado do Rio de Janeiro, 2014.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática Contexto e Aplicações – Ensino Médio à Preparação para a Educação Superior**. Volume I – 1ª. Edição, 2001.

JEZINE, Edneide. **Metodologia do Trabalho Científico**. In: Antonio Sales da Silva. (Org.). Licenciatura em Matemática a Distância. 1ed. João Pessoa: Linceu, v. 01, p. 73-134, 2007.

PERETTI, Lisiane. TONIN DA COSTA, Gisele Maria. Sequência Didática na Matemática. **Revista de Educação do Ideau**, Rio Grande do Sul, v. 8, n. 17, jul., 2013.

PARAÍBA. **Diretrizes Operacionais Pra Funcionamento da Rede Estadual (2016)**. Paraíba, 2016.

PINTOCO, Vanessa Moreira. **Visão do Professor Sobre o Número de Alunos Por Turma: uma contribuição para a melhoria da qualidade da educação**. 2017. Dissertação (Mestrado em Estudos Profissionais Especializados em Educação) –ESE Politécnico do Porto, Portugal, 2017.

SANTOS, Sandra Leite Dos. **Recuperação: Reflexão dos Professores Sobre o “Projeto Revisa Aí”**. In: Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino, 18. 2016, Cuiabá. Anais Eletrônicos. Cuiabá: Universidade Federal do Mato Grosso, 2016.

VYGOTSKY. **Aprendizado e desenvolvimento**. Um processo sócio-histórico. São Paulo: Scipione, 1997.

CAPITULO 3

A UTILIZAÇÃO DO ENSINO LÚDICO PARA O ENSINO DAS QUATRO OPERAÇÕES BÁSICAS DA MATEMÁTICA

Kevin Cristian Paulino Freires

RESUMO

Esse trabalho se deu de uma ideia análise crítica e reflexiva acerca da Matemática - mais especificamente das quatro operações básicas - em que se entende uma possibilidade de ampliar o desempenho escolar dos alunos e da prática metodológica dos professores e, este fato ocorreria por meio de um ensino diferenciado, o ensino lúdico, que seria um agente principal do processo de ensino-aprendizagem. Dessa forma, existem diversos projetos retratando a importância do ensino lúdico, onde serviria para o desenvolvimento cognitivo e de habilidades práticas dos alunos. Nessa perspectiva, o entendimento acerca do ensino lúdico é bem ampla, pois pode ser citado a utilização de softwares e jogos como recursos/tecnologias da ludicidade, onde promoveria uma maior efetividade da prática e desenvolvimento do ensino. Com isso, este projeto tem como objetivo oferecer alternativas pedagógicas, baseadas na oportunidade de games e softwares para melhorar o ensino das quatro operações básicas da matemática. Deste modo, a metodologia da presente produção científica se trata de uma pesquisa/análise documental de objetivo exploratório. Ademais, os resultados obtidos retrataram o uso e aplicação de tecnologias em sala de aula para comprovação e efetivação da aprendizagem acerca das operações de soma, subtração, divisão e multiplicação por meio de jogos legos e do software matemático Geogebra como recursos inovadores. Dessa maneira, o respectivo trabalho comprova a eficiência do uso do ensino lúdico para com a Matemática quanto ao assunto das quatro operações básicas da Matemática, onde se utilizam os softwares e games para melhor desenvolvimento da prática e ensino.

Palavras-chave: Didática. Interdisciplinaridade. Ludicidade. Processo de ensino-aprendizagem. Softwares e jogos matemáticos.

INTRODUÇÃO

Este projeto partiu de uma ideia reflexiva, onde se acredita que é possível adaptar e melhorar o desempenho do processo de ensino-aprendizagem dos alunos e, isso, ocorreria por meio da introdução do ensino lúdico como fator principal da didática escolar. Dessa forma, há uma quantidade vasta de trabalhos publicados, retratando a relevância de se trazer o ensino lúdico, onde serviria para o desenvolvimento cognitivo e de habilidades práticas. Com isso, a compreensão quanto ao lúdico é bem extensa, onde pode-se citar o

conceito de softwares e jogos como os mais conhecidos dessa prática de ensino.

Desse modo, as instituições de ensino são um local privilegiado e repleto de possibilidades quanto à aprendizagem. Nesse sentido, muito se tem dito e escrito sobre a importância dos games e softwares no processo de ensino-aprendizagem dos alunos, sejam crianças, sejam jovens e adultos.

Seguindo essa perspectiva, reconhecer que os softwares e games possuem diversas possibilidades a serem alcançadas no que diz respeito ao aprendizado, pode-se dizer que é algo que vai além da ruas, quadras, espaços fechados, dentre outros, onde jogar traz subsídios que podem nortear várias áreas do conhecimento e, os softwares trazem uma visão demonstrativa, reflexiva e compreensiva acerca de uma área do conhecimento, o que acaba demonstrando uma interdisciplinaridade em ambas as utilizações do que se entende como ensino lúdico.

Dessa maneira, aqui, pode-se tentar buscar uma interdisciplinaridade, onde pode-se agregar valor em todas as atividades elaboradas pelos alunos. Desse modo, as disciplinas como a História, Física, Matemática, entre outras, são perfeitamente adequadas ao trabalharmos com softwares e games, pois trazem conceitos que são trabalhados durante as atividades propostas. Dessa forma, o que precisa ficar claro é a necessidade em saber o passo a passo de cada atividade e a faixa etária dos alunos para adequá-los de maneira correta, ou seja, que os professores passem por formações acerca da utilização de games e softwares para aplicar as mesmas com uma abordagem do cotidiano.

Neste sentido, este projeto tem como objetivo oferecer alternativas pedagógicas, baseadas na oportunização de games e softwares para tentar, de algum modo, melhorar o ensino das quatro operações básicas da matemática.

O projeto será desenvolvido na escola municipal Projeto Nascente, contemplando as turmas do 6º e 7º anos do ensino fundamental II. As atividades ocorrerão na própria sala de aula.

Deste modo, quando propomos jogar nas aulas de matemática e o passo a passo do desenvolvimento prático e cognitivo de atividades, não podemos deixar de compreender o sentido da dimensão lúdica que eles têm nessa proposta. Por sua dimensão lúdica, os games e softwares podem ser vistos como uma das bases sobre a qual se desenvolve o espírito construtivo, o imaginário, a capacidade de sistematizar e abstrair e a capacidade de interagir socialmente.

Para finalizar, é importante ressaltar que a interação entre os alunos, a socialização de procedimentos encontrados para solucionar uma questão e a troca de informações são

elementos indispensáveis em uma proposta que visa a uma melhor aprendizagem da matemática.

Com isso, a estrutura desta produção científica se divide em uma breve introdução, o aprofundamento teórico, a metodologia adotada para a construção da pesquisa, a apresentação da análise dos dados e as considerações finais.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O referido trabalho nasce da necessidade de instigar a criatividade, iniciativa e sociabilidade, ao mesmo tempo em que desenvolve o senso de objetividade e responsabilidade entre os alunos. Dessa forma, neste trabalho ressaltamos a importância de um ensino diferenciado ao aluno, por meio de tecnologias - softwares e games - onde seria possível o aluno ter um olhar diferenciado, ou seja, o processo de ensino-aprendizagem conversa com o cotidiano do aluno, por meio de softwares e jogos matemáticos. Com isso, de acordo com Santos e Silva (2021), o uso das tecnologias trazem contribuições para o ramo educativo para o desenvolvimento das habilidades práticas e cognitivas do processo de ensino-aprendizagem dos alunos. Dessa forma, a implantação e junção do uso de recursos tecnológicos também auxiliam na concretização da propostada Base Nacional Comum Curricular (BNCC), de superar a fragmentação disciplinar do conhecimento, onde deseja estimular a sua aplicação na vida real, contextualizar para dar sentido ao que se aprende e desenvolver o protagonismo do discente no seu aprendizado e em sua construção a respeito do seu projeto de vida, pois trabalharia uma interdisciplinaridade tecnológica ao ensino, por meio de recursos já utilizados no cotidiano (BRASIL, 2017).

Dessa forma, para grande parte dos alunos, a Matemática é tida como uma disciplina difícil e chata, onde se percebe poucas aplicações ao seu cotidiano e vista como algo desinteressante, de difícil compreensão, principalmente por apresentar várias formas abstratas que não têm sentido algum. Desse modo, a partir das séries iniciais quando os alunos se deparam com a Matemática, encontram uma aversão ao conteúdo, o que é visto com bastante dificuldade pela maioria dos alunos por ser uma matéria que exige bastante raciocínio, colocando ao forçamento do aluno a pensar, a analisar, a chegar ao resultado corretamente utilizando formulas, contas, regras, interpretação e, nisso, grandes dificuldades são encontradas pelos alunos, como também pelos professores. Nesse sentido, é a partir daí que o lúdico pode ser uma ferramenta amplamente utilizada no contexto escolar,

pois aí o educador deverá se dedicar para ter uma visão no que diz respeito aos recursos oferecidos na ludicidade. Segundo Smole, Diniz e Cândido (2007, p.11), afirmam que:

“Em se tratando de aulas de Matemática, o uso de jogos implica uma mudança significativa nos processos de ensino e aprendizagem que permite alterar o modelo tradicional de ensino, o qual muitas vezes tem no livro e em exercícios padronizados seu principal recurso didático. O trabalho com jogos nas aulas de matemática, quando bem planejado e orientado, auxilia o desenvolvimento de habilidades como observação, análise, levantamento de hipótese, busca de suposições, reflexão, tomada de decisão, argumentação e organização, que estão estreitamente relacionadas ao chamado raciocínio lógico”.

Dessa maneira, o aluno mudará seu ponto de vista, será mais crítico e menos passivo, defenderá suas ideias de forma coerente e lógica, desenvolvendo a capacidade prática e cognitiva para resolver os problemas. Depois de utilizado, o professor vai perceber a importância e a necessidade de se trabalhar, deixando um pouco de lado a forma tradicional que sempre é utilizado em todas as aulas de matemática, independente da série, seja professor seja escola. Para Vygotski (1979, p.84) “as crianças formam estruturas mentais pelo uso de instrumentos e sinais. A brincadeira, a criação de situações imaginárias surge da tensão do indivíduo e da sociedade”. Nessa perspectiva, os games são um impulso natural da criança, funcionando assim como grande motivador, o u s e j a , que explora a imaginação da criança, como por exemplo a utilização do jogo de memória, onde o aluno aprende com mais rapidez e eficiência .

Segundo Freires (2022), o uso de softwares reforça o processo de ensino-aprendizagem dos alunos em Matemática. Desse modo, um motivo para a introdução de jogos e softwares nas aulas de matemática são as possibilidades de diminuir bloqueios apresentados por muitos alunos que temem a matemática e sentem-se incapacitados para aprendê-la.

Ademais, as noções básicas de geometria começam a ser utilizadas a partir dos 4 ou 5 anos de idade. Dessa forma, é de grandiosa importância que se tenha uma base sólida, bem trabalhada e construída. O aluno precisa aprender as semelhanças e diferenças, como por exemplo, entre uma esfera e um círculo, entre um quadrado e uma esfera, ter conhecimento de números e de sólidos geométricos. Seguindo esse pensamento, a criança tem que começar a ter o entendimento de soma, subtração, multiplicação e divisão quando começam a aprender Matemática, onde pode-se utilizar como por exemplos figurinhas, jogo da memória matemático, utilização de cálculos básicos por softwares matemáticos, dentre outros. Com isso, para Piaget (1981, p.5): “as tecnologias não são apenas uma forma de divertimento, mas são meios que contribuem e enriquecem o desenvolvimento intelectual.

Para manter seu equilíbrio com o mundo, a criança necessita brincar, criar, jogar e inventar”, onde pode-se citar a aprendizagem das quatro operações básicas da Matemática.

Deste modo, os softwares e os games andam juntos da Matemática, pois é mais fácil se repassar um conteúdo e ser de simples apresentação e demonstração mais acessível ao cotidiano do aluno, onde aprender se a aprendizagem com esta prática se torna divertido, menos cansativo, mais prazeroso e mais dinâmico. Dessa maneira, a utilização de jogos e softwares ajudam a liberar energias, fantasias, desperta interesses na medida que se joga, onde o lúdico estimula a capacidade de concentração e intuição em que a ludicidade é sem dúvidas uma grande oportunidade do professor de matemática desenvolver competências e habilidades no aluno. Com isso, conforme Rosamilha(1979, p.77), afirma que a criança foi feita para brincar, que é seu instinto natural:

“A criança é, antes de tudo, um ser feito para brincar. O jogo é um artifício que a natureza encontrou para levar a criança a empregar uma atividade útil ao seu desenvolvimento físico e mental. Usemos um pouco mais esse artifício, coloquemos o ensino mais ao nível da criança, fazendo de seus instintos naturais aliados e não inimigos”.

Dessa maneira, o lúdico presente nas aulas de matemática propõe dinamizar as atividades passadas pelo professor ao aluno, melhorando a absorção dos conceitos fazendo com que o aluno aprenda com mais facilidade, extraíndo métodos para resolver problemas e questionar outras maneiras que se pode alcançar a resolução, melhorando o desempenho do aluno em sala de aula. Matemática requer percepção, compreensão, raciocínio, organização, e tudo isso pode ser aprimorado através da ludicidade.

METODOLOGIA.

A presente produção científica trata-se de uma pesquisa/análise documental de com objetivo exploratório. Segundo Cellard (2008), a análise documental auxilia a observação do processo de crescimento e evolução de indivíduos, de grupos, de conceitos, de conhecimentos, de comportamentos, de mentalidades, de práticas, entre outros. De acordo com Gil (2002, p. 46), a pesquisa documental

apresenta uma série de vantagens. Primeiramente, há que se considerar que os documentos constituem fonte rica e estável de dados. Como os documentos subsistem ao longo do tempo, tornam-se a mais importante fonte de dados em qualquer pesquisa de natureza histórica. Outra vantagem da pesquisa documental está em seu custo. Como a análise dos documentos, em muitos casos, além da capacidade do pesquisador, exige apenas disponibilidade de tempo, o custo da

pesquisa torna-se significativamente baixo, quando comparado com o de outras pesquisas. Outra vantagem da pesquisa documental é não exigir contato com os sujeitos da pesquisa.

Ainda para Helder (2006), a pesquisa documental utiliza-se de documentos originais, que por sua vez foram produzidos porém não receberam ainda tratamento analítico por nenhum autor, ainda segundo o autor, é uma técnica de pesquisa importante para a área de ciências sociais e humanas.

Em relação aos objetivos, ao de ser exploratória, têm por “objetivo de proporcionar visão geral, de tipo aproximativo, acerca de determinado fato. Este tipo de pesquisa é realizado especialmente quando o tema escolhido é pouco explorado e torna-se difícil sobre ele formular hipóteses precisas e operacionalizáveis” (GIL, 2008, p. 27). Para Prodanov e Freitas (2013, p. 51-52), o objetivo exploratório

tem como finalidade proporcionar mais informações sobre o assunto que vamos investigar, possibilitando sua definição e seu delineamento, isto é, facilitar a delimitação do tema da pesquisa; orientar a fixação dos objetivos e a formulação das hipóteses ou descobrir um novo tipo de enfoque para o assunto. [...] A pesquisa exploratória possui planejamento flexível, o que permite o estudo do tema sob diversos ângulos e aspectos.

Desse modo, este trabalho realizado foi dividido em cinco etapas, respectivamente, que se deu da seguinte maneira: Pelo embasamento teórico; houve uma análise documental em que se teve um levantamento de pesquisas, trabalhos, artigos e pesquisas acerca das quatro operações básicas da Matemática, utilização de softwares e jogos a partir da ludicidade; levantamento e coleta de dados na secretaria escolar da instituição pública de ensino; ocorreu a procuração de constatar as fundamentações e aplicações básicas da utilização de softwares e jogos para as quatro operações básicas da Matemáticas; Nesse sentido, a última etapa deu na escrita e apresentação de todos os dados e conclusões das etapas anteriores.

ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

Dessa forma, a escola disponibilizou os dados a serem coletados, onde será representado no quadro abaixo constando os seguintes dados: Quantidade de turmas, números de alunos e números de alunos com N/E, respectivamente.

Quadro 01 - Relação de alunos por turma

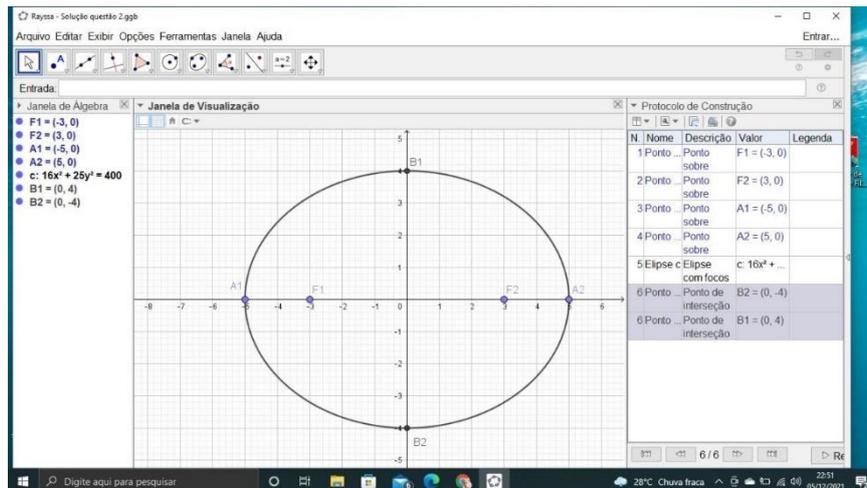
Turmas	Manhã		Turmas	Tarde	
	Nº de alunos	Nº de alunos com N/E		Nº de alunos	Nº de alunos com N/E
INFANTIL IV A	20	2	INFANTIL IV A	20	2
INFANTIL V A	20	1	INFANTIL V A	19	0
INFANTIL V B	20	1	1º ANO A	21	2
1º ANO A	22	0	1º ANO B	22	2
2º ANO A	26	1	2º ANO A	25	1
2º ANO B	25	0	3º ANO A	31	3
3º ANO A	31	2	4º ANO A	27	1
3º ANO B	30	3	4º ANO B	29	1
4º ANO A	33	3	5º ANO A	27	2
5º ANO A	30	2	5º ANO B	27	2
6º ANO A	37	3	6º ANO A	35	3
6º ANO B	39	3	7º ANO A	37	2
7º ANO A	38	1	7º ANO B	36	2
8º ANO A	38	1	8º ANO A	38	3
8º ANO B	36	1	9º ANO A	36	1
9º ANO A	39	2	9º ANO B	34	2
Total	16	484	26	16	464

Fonte: Autor (2023)

Desse modo, é possível se compreender que o quadro acima aborda a quantidade de alunos por turma, onde é evidente que se foi trabalhado a questão dos softwares e jogos/games com as turmas de 6º e 7º anos, o que totaliza 222 alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental II.

Dessa maneira, foi apresentado um software matemático bem conhecido, o famoso Geogebra, com este software, o professor consegue demonstrar retas, gráficos, sólidos geométricos, dentre outros. Nessa perspectiva, a imagem abaixo constará a interface do software e, nele terá um circunferência qualquer, onde foi solicitado pelos alunos a contarem quantos pontos tinha dentro da circunferência.

Figura 01 - Interface e circunferência qualquer no software Geogebra



Fonte: Autor (2023)

Nesse sentido, foi solicitado que os alunos contassem quantos pontos continham dentro da circunferência e, ao desenvolver a contagem, foi perceptível se trabalhar também a questão da soma, subtração, multiplicação e divisão de valores quaisquer retirados dentro de uma circunferência, onde os alunos acharam bem interessante essa abordagem apresentada. Dessa forma, ainda pode-se citar que foi utilizado peças legos para abordagem das quatro operações básicas matemáticas.

Figura 02 - Utilização de peças legos para abordagem da quatro operações básicas da Matemática



Fonte: Autor (2023)

Pode-se citar que, os alunos foram divididos em equipes e, cada equipe tinha que fazer algum objeto abstrato com os materiais legos, onde os alunos foram anotando a quantidade de peças utilizadas, quais peças foram utilizadas, a estrutura de cada uma delas. Com isso, pode-se dizer que com esse outro método de abordagem sobre as operações básicas da Matemática, pôde-se trabalhar a soma por meio da quantidade de peças e contagem das bolinhas ao todo, a subtração pela quantidade da diferença dos tipos de peças, a multiplicação e divisão da quantidade de bolinhas de cada peça pela relação de peças.

Além disso, vale ressaltar que após tais abordagens, foi apresentado aos alunos a teoria e abordagem tradicional de soma, subtração, divisão e multiplicação, onde será demonstrado em uma imagem abaixo.

Figura 03 - Abordagem teórica e tradicional acerca da soma, subtração, divisão e multiplicação



Fonte: Autor (2023)

É importante dizer que essa abordagem metodológica tradicional exclui muitos alunos em relação a compreensão da disciplina de Matemática, pois não desperta o interesse e nem o senso criativo do aluno e, isso se dar devido que cada aluno tem sua particularidade quando se trata de aprendizagem, pois cada aluno aprende de uma forma.

Com isso, a valorização da experiência cotidiana como forma de transformação na medida em que se torna capaz de responder às necessidades, nas próprias especificidades

culturais, resultado da vida do povo. Nas considerações de Paulo Freire:

Você, eu, um sem-número de educadores sabemos todos que a educação não é a chave das transformações do mundo, mas sabemos também que as mudanças do mundo são um que fazer educativo em si mesmas. Sabemos que a educação não pode tudo, mas pode alguma coisa. Sua força reside exatamente na sua fraqueza. Cabe a nós pôr sua força a serviço de nossos sonhos. (1991, p. 126)

É nesse sentido que Paulo Freire é enfático ao afirmar que “a transformação da educação não pode antecipar-se à transformação da sociedade, mas esta transformação necessita da educação” (1991, p. 84).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Portanto, o trabalho realizado na Escola Municipal Projeto Nascente foi muito prazeroso e enriquecedor, onde ao ministrar as aulas, percebe-se mesmo o professor fazendo uma contextualização e abordagem tradicional dos conteúdos ensinados, à dificuldade em conseguir atenção de alguns alunos era perceptível. Desse modo, quando utilizou-se os jogos e/ou softwares, foi notório a percepção acerca da atenção dos alunos, da participação, do interesse e da interação entre os alunos com eles mesmos e com o professor, onde aí, fica-se contestado que a utilização de jogos e softwares ampliam os conhecimentos práticos dos alunos acerca dos conteúdos de Matemática.

Além disso, a partir disso, pode-se citar ainda que foi observado que nas turmas existem vários tipos de alunos com suas particularidades em relação ao processo de ensino-aprendizagem, classes sociais, étnicas, raciais, religiosas, dentre outras que são diferentes e, ainda vale-se ressaltar que nem todos desenvolvem aptidões matemáticas pelos métodos tradicionais de Matemática, onde, por muitas vezes, os alunos acabam optando por outras áreas do conhecimento. Nessa perspectiva, lidar com os mais variados casos de diversidade é uma missão muito difícil, chega a ser até complexa, onde cada caso é um caso, pois o professor é pouco motivado por questões salariais, condições do trabalho que dignifique sua atuação enquanto formador de opinião e agente transformador da sociedade, atarefado quanto ao contexto escolar, com várias turmas, todas com um número excessivo de alunos com carências e deficiências diferentes, ou seja, com realidades diferentes, onde fica difícil de desenvolver todos por métodos tradicionais, pois é difícil efetivar 100% por questões individuais de cada aluno em relação a aprendizagem Matemática.

Assim, como autocrítica, é possível afirmar que o conhecimento da realidade

cotidiana da escola se faz de toda diferença na formação e na maneira de como é visto a escola atualmente, pois se compreende as particularidades externas e internas quanto ao ambiente escolar que possam acabar afetando o processo de ensino-aprendizagem dos alunos. Diante do exposto, cabe reconhecer que a vida é feita de desafios e que a cada dia devemos nos preparar para enfrentá-los, ou seja, uma ampliação e implementação da formação docente aplicado as tecnologias, sejam digitais, como softwares, sejam em jogos manuais e/ou digitais. Logo, o respectivo trabalho comprova a eficiência do uso do ensino lúdico para com a Matemática no assunto das quatro operações básicas da Matemática, onde se utilizam os softwares e games para melhor desenvolvimento.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). **Educação é a Base**. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 16 Mai. 2021. Acesso em: 15/08/2022

CELLARD, A. A análise documental. In: POUPART, J. et al.. **A pesquisa qualitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos**. Petrópolis, Vozes, 2008.

FREIRES, Kevin Cristian Paulino (2022, February 8). **O USO DA TECNOLOGIA EM ENSINO MATEMÁTICO E NOS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS**. Even3 Publicações. <http://doi.org/10.29327/755148>

GIL, A. C.. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4 ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GIL, A. C.. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

HELDER, R. R.. **Como fazer análise documental**. Porto, Universidade de Algarve, 2006.

PIAGET, J. **A Formação do Símbolo na Criança: imitação, jogo e sonho, imagem e representação**. Rio de Janeiro, 1991.

PIAGET, J. **Psicologia da criança**. Rio de Janeiro: Diefel, 1981, p.5.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C.. **Metodologia do Trabalho Científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico**. 2 ed., Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

ROSAMILHA, Nelson. **Psicologia do jogo e aprendizagem infantil**. São Paulo: Pioneira, 1979, p.77.

SANTOS, Mateus Abreu et al.. **Tecnologia na educação: cenários e práticas docentes em municípios piauienses**. VII CONEDU - Conedu em Casa. Campina Grande: Realize Editora, 2021. Disponível em: <<https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/80989>>. Acesso em: 13/08/2022

SMOLE, K.S, DINIZ, M.I, CÂNDIDO, P. **Cadernos do Mathema. Jogos de Matemática**. De 1º a 5º ano – Porto Alegre: Artmed, 2007, p.11.

VYGOTSKY, H. **Do ato ao pensamento**. Lisboa: Moraes, 1979, p. 84.

SOBRE O AUTOR

Kevin Cristian Paulino Freires: Graduando do curso de Licenciatura em Matemática. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará – (IFCE/Juazeiro do Norte). Voluntário na Escola Municipal Noberto Nogueira Alves, por meio da Prefeitura Municipal de Fortaleza no Programa de Fortalecimento de Aprendizagem em Matemática.

CAPITULO 4

A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO FERRAMENTA DE CONSCIENTIZAÇÃO NA PROBLEMÁTICA DO LIXO

Cláudio Alberto Martins

RESUMO

A modelagem matemática como ferramenta educacional, parece ser uma fonte inspiradora para a chamada matemática moderna. Ensinar matemática através de modelos construídos pelos alunos, usando os conceitos matemáticos trabalhados em sala de aula, para resolver ou analisar problemas cotidianos, vivenciados por eles em seu ambiente de estudo, facilita de maneira inigualável o processo de ensino-aprendizagem. Neste projeto foi realizado o processo de modelagem a partir de conteúdos diversos como: estatística, funções, análise de gráficos, cálculo de área e cálculo de taxas de variações envolvendo funções lineares. Com o auxílio de tabelas, gráficos e análise de dados poderão ser realizadas as etapas da modelagem até que chegasse a um modelo para uma situação específica, em especial, a produção de lixo na escola em quilograma por indivíduo, e quilograma por área. Ao analisarmos a situação gerada com os dados da escola, acabou-se buscando uma conclusão que abrangesse também o município. Assim, partindo da ideia amadurecida e trabalhada na escola pode-se gerar uma taxa de variação e uma função que representasse na mesma situação analisada, a cidade em questão. O projeto de modelagem foi desenvolvido em uma escola particular na periferia de Aparecida de Goiânia, sendo assim, todos os resultados ficam abrangendo as duas localidades, a escola e a cidade de Aparecida de Goiânia.

Palavras-chave: modelagem matemática; ensino de matemática; problemas reais.

INTRODUÇÃO

Uma das grandes barreiras encontradas pelos professores do ensino básico, sem dúvidas, é mostrar ao aluno a aplicabilidade dos conteúdos, ministrados em sala de aula, no seu cotidiano. A Modelagem Matemática aparece, neste contexto, como uma ferramenta de extrema importância para esta intermediação. Ao analisarmos um problema que, a primeira vista, não é matemático, e torná-lo um modelo matemático, acabamos deixando mais interessante e curioso o conteúdo aplicado àquela situação problema.

Neste trabalho, pretende-se usar os conceitos de modelagem matemática, associado à problemática do lixo, em um ambiente escolar, fazendo uma extensão ao problema do lixo

no município de Aparecida de Goiânia, onde se encontra localizada a escola da qual se fez o estudo. A justificativa do tema surgiu quando se observou no convívio diário desta escola, a grande quantidade de lixo produzida e a não reutilização do mesmo em projetos de reciclagem ou reaproveitamento. Esta situação acabou chamando a atenção e surgiu a ideia de estudar a produção de lixo média diária por pessoa inserida na escola e, o impacto que isto poderia acarretar no ambiente escolar, sob algumas observações e suposições citadas nos ao longo de todo o projeto, quando descrevemos as etapas, a problemática e a criação do modelo matemático.

A ideia de usarmos a modelagem como artifício principal para a construção deste trabalho tornou-se sólida e coesa com o decorrer dos acontecimentos que nortearam o desenvolvimento do projeto e a escolha do tema, pois a sugestão de aplicabilidade na educação básica e suas particularidades levaram a ambientação da problemática ao contexto cotidiano dos alunos e da instituição de ensino, sugerindo a possibilidade de analisar um problema e sugerir uma solução ou reflexão sobre este evento.

Para embasamento teórico, foram utilizadas bibliografias conceituais importantes, assim como artigos e trabalhos de muita importância sobre o assunto. Foram referências como Almeida, Silva e Vertuan (2013), nos orientando com a sugestão do modelo utilizado no projeto; Bassanezi (2006 e 2015), que solidificou os conceitos básicos de modelagem matemática e que colaborou com a solidificação das etapas da modelagem; Biembengut (2011), que embasou a leitura e escrita da modelagem para a educação básica; Bitencourt (2013), com suas elucidações sobre os projetos aplicados na educação básica.

Analisando as referências bibliográficas citadas acima, encontramos em Almeida, Silva e Vertuan (2013, p. 67), a descrição de um problema de modelagem, feito por professores e alunos de que traz a problemática da quantidade de lixo jogada ao longo da quadra em que está situada a escola. Para isto, o modelo desejava fazer uma relação com a quantidade de lixo produzida pelo bairro, a partir dos dados analisados pelos alunos. Os autores, com maestria, citam todas as etapas, o desenvolvimento e a conclusão do trabalho com riqueza de detalhes que inspiram a tentativa de aplicação de uma ideia similar à vivida pela instituição citada nesta pesquisa.

Para desenvolver o projeto e aplicá-lo seguindo as técnicas da modelagem matemática, foram convidados alunos da turma da segunda série do Ensino Médio que ajudaram a coletar, organizar e analisar os dados. Em seguida, foi feito um trabalho de tratamento de dados junto aos estudantes para levantamento de hipóteses, situações e

relevâncias sobre o assunto em pauta. Houve uma sala de conversação, para analisarem os resultados.

Quando o assunto é a problemática do lixo, nos deparamos com vários questionamentos sociais e ambientais. Pensando nisto, foram levantadas algumas citações e referências sobre os impactos ambientais de alguns dejetos sólidos de grande produção, como por exemplo: papel e plástico, na natureza. Foram apontadas algumas importantes informações como tempo de decomposição, análise de dados de produção e descarte, reciclagem, descarte direto. Para ilustrar foram usados gráficos e tabelas.

Sendo assim, temos por objetivo principal deste trabalho, a chance de ampliar e oportunizar meios que tornem mais interessante o ensino da matemática aplicada aos problemas sociais e ao cotidiano dos alunos. Tornando assim, a modelagem uma ferramenta suporte de grande proporção no estudo, análise e conscientização para redução de problemas inferidos ao acúmulo de lixo. Também trazer uma reflexão sobre os melhores meios para a diminuição do acúmulo de lixo e um melhor aproveitamento do mesmo.

O que norteia e complementa as intenções com este trabalho, retirada da nossa Constituição Federal (Lei 4024 - 20/12/61):

A educação inspirada nos princípios da liberdade e da solidariedade humana tem por fim o preparo do indivíduo e da sociedade para o domínio dos recursos científicos e tecnológicos que lhes permitem utilizar as possibilidades e vencer as dificuldades do meio.

Baseado nesta ideia é que acredita-se no sucesso da intenção proposta neste projeto e espera-se que este estudo possa contribuir como uma ferramenta que ajude a estimar problemas socioambientais futuros, proporcionando uma melhor tomada de decisões e atitudes para o combate a degradação do meio ambiente e redução da produção de lixo.

METODOLOGIA / PERCURSO DIDÁTICO-PEDAGÓGICO

Foi realizada a pesagem, a coleta e a organização de todos os dados referentes à produção geral de lixo na escola, tomando como referência dez dias dos meses de outubro e novembro, juntos, totalizando o tempo citado. Os dados foram anotados e analisados em gráficos e expostos em tabelas próprias. Usou-se também dos conceitos de Estatística e Funções para construção do modelo que se adequasse a situação problema proposta.

A partir desses resultados analisados, usando-se dos mesmos meios processados na instituição poderão chegar a um modelo que descreve-se um cenário similar para o município.

Trabalhou-se muito a construção e análise de gráficos em geral, podendo exemplificar na prática os conceitos estudados em sala de aula. Assim, a modelagem trouxe um maior envolvimento e interesse dos alunos com as conceituações diversas aplicadas na execução da tarefa.

O tema Modelagem Matemática, sugere uma infinidade de possibilidades de aplicação. Ao analisamos o problema de acumulação e descarte quantitativo nas escolas, surgiu então a ideia de aplicar a modelagem para analisar o fenômeno e a problemática. O desenvolvimento do projeto nos surpreendeu muito. Com a adesão da escola e a oportunidade de trabalhar com os alunos aplicando a ideia, o sucesso de execução foi muito satisfatório. Os alunos compraram o desafio de estudar o problema e tentar construir o modelo que se encaixasse nele. Usando os seus conhecimentos adquiridos durante as aulas, e algumas ferramentas tecnológicas conseguiram desempenhar as etapas da modelagem e conseguiram desenvolver o modelo sugerido ao final do trabalho proposto.

O projeto foi realizado em uma escola situada na região periférica de Aparecida de Goiânia, onde foram coletados os dados referentes à produção de lixo total pela unidade. O período em que a coleta e pesagem dos detritos aconteceram, estão descritos nas tabelas seguintes. Este período foi do final de outubro ao começo de novembro de 2018, perfazendo um total de 9 dias. Como a escola possui um programa de conteúdos a serem ministrados e atividades extracurriculares como a proposta no projeto poderiam atrapalhar o andamento e conclusão da grade disciplinar defendida pela instituição. Por isso, o trabalho de coleta e pesagem só pode ser realizado neste curto espaço de tempo. Contudo, nada se perdeu para o que foi proposto. Os dados coletados conseguiram nos auxiliar a construção de um modelo, exemplificando a situação desejada para o estudo.

A escola, no período citado, constava com um total de 580 discentes, divididos em 17 turmas, 11 de fundamental II e 6 de ensino médio. O quadro de funcionários fixos era composto por 15 pessoas, entre recepcionistas, auxiliares, coordenadores, diretoria e serviços gerais. Contavam ainda com um total de 53 docentes. Sendo assim, podemos verificar que possuíam, em média, quase 35 alunos por turma.

O trabalho foi realizado por alunos da, então, 2ª série do ensino médio. Eles realizaram a coleta e separação, depois do lixo recolhido pelos auxiliares, pesando-o em seguida, e, anotando os dados em tabelas como as descritas abaixo.

Tabela 1. Data, quantidade e tipo de material recolhido no lixo da cantina

LIXO COLETADO E PESADO NO COLÉGIO DO PROJETO - CANTINA										
TIPO DE LIXO/ DIA E QUANTIDADE	29/out	30/out	31/out	01/nov	05/nov	06/nov	07/nov	08/nov	09/nov	TOTAL
ORGÂNICO	2,6	4,18	4,21	5,5	4,8	4,2	5,5	4,14	4,2	39,33
PLÁSTICO	0,22	0,34	0,25	0,27	0,36	0,26	0,24	0,25	0,24	2,43
LATAS	0,8	0,75	0,85	0,7	1	0,75	0,85	0,7	0,8	7,2
PAPEL	0,23	0,25	0,22	0,2	0,35	0,21	0,22	0,21	0,2	2,09
TOTAL	3,85	5,52	5,53	6,67	6,51	5,42	6,81	5,3	5,44	51,05

ENTRADAS: O QUE FOI PRODUZIDO NO DIA

TIPO DE MATERIAL/ DIA E QUANTIDADE	29/out	30/out	31/out	01/nov	05/nov	06/nov	07/nov	08/nov	09/nov	TOTAL
ARROZ	1,8	2,5	2,5	2,2	4	2,5	3	2,5	3	24
FEIJÃO	1,2	1,5	1,5	1,8	3	1,5	2,5	1,5	1,4	15,9
SALADA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
VERDURAS E LEGUMES A SEREM COZIDOS	1,1	1,2	1,3	1,3	2	3,5	6,8	4	3,5	24,7
CARNES DIVERSAS	5,2	8,9	7,8	5,7	10	6	5	4,5	6	59,1
MASSAS DIVERSAS (MACARRÃO, TORRADA, ETC)	0	0,75	1	1,5	2	1	3	2,5	2	13,75
PLÁSTICOS EM GERAL	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PAPELEM GERAL	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TOTAL	9,3	14,85	14,1	12,5	21	14,5	20,3	15	15,9	137,45
NÚMERO DE REFEIÇÕES VENDIDAS NO DIA	41	57	58	54	90	62	68	62	65	557

OBSERVAÇÕES:
 ORGÂNICO: CASCAS DE FRUTAS, CASCAS DE VERDURAS, RESTOS DE COMIDA
 PLÁSTICOS: SACOLAS DE SUPERMERCADO, EMBALAGENS PLÁSTICAS DIVERSAS DE ALIMENTOS. O LIXO PLÁSTICO DA CANTINA NORMALMENTE NÃO É ENCAMINHADO PARA A RECICLAGEM
 LATAS: EMBALAGENS DE MOLHOS, EMBUTIDOS E LATAS DE REFRIGERANTE. EXISTE UM PROCESSO DE ENCAMINHAR ESTAS LATAS DE REFRIGERANTE PARA RECICLAGEM SEM SER PELA ESCOLA.
 PAPEL: EMBALAGENS DIVERSAS DE ALIMENTOS. OS PAPÉIS DA CANTINA NÃO SÃO ENCAMINHADOS PARA RECICLAGEM.
 O LIXO DA CANTINA É CONTABILIZADO E DESCARTADO SEPARADAMENTE DO LIXO GERAL DA ESCOLA.
 VERDURAS E LEGUMES A SEREM COZIDOS: BATATAS, BETERRABAS, ABÓBORA, MILHO, CENOURA, VAGEM

Fonte: tabela produzida pelos alunos do projeto, utilizando excel e office libre (2018)

Tabela 2: Lixo recolhido da escola sem a inclusão dos resíduos da cantina

LIXO COLETADO E PESADO NO COLÉGIO DO PROJETO - GERAL, SEM CANTINA										
TIPO DE LIXO/ DIA E QUANTIDADE	29/out	30/out	31/out	01/nov	05/nov	06/nov	07/nov	08/nov	09/nov	TOTAL
ORGÂNICO	3,4	3,7	2,9	3,6	3,3	1,8	2,9	3,7	1,9	27,2
COPOS PLÁSTICOS	1,4	1,6	1,3	1,8	1,8	1,6	1,3	1,2	1,1	13,1
PAPEL NÃO LEVADO À RECICLAGEM	3,6	3,5	3,2	3,8	3,6	4,2	2,9	3,8	3,2	31,8
LATAS DE REFRIGERANTE RECICLÁVEIS	6,5	5,8	6,2	6,6	5,3	7,6	3,8	6,6	4,8	53,2
PLÁSTICOS NÃO LEVADOS À RECICLAGEM	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PAPELÃO	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TOTAL	14,9	14,6	13,6	15,8	14	15,2	10,9	15,3	11	125,3
DIVERSOS	2,3	2,2	2,1	2,8	2,5	2,4	2,5	2,4	2,8	22

OBSERVAÇÕES:
 ORGÂNICO: FOI QUANTIFICADO RESTOS DE COMIDA DESCATADOS NAS LATAS DE LIXO.
 COPOS PLÁSTICOS: FORAM QUANTIFICADOS NAS SALAS GERAIS DA ESCOLA.
 PAPEL NÃO LEVADO A RECICLAGEM: NESTE CASO TODOS OS PAPÉIS DESCARTADOS FORAM JUNTADOS, OU SEJA, AQUELES DAS SALAS DE AULA E O DESCARTE DE BANHEIRO
 DIVERSOS: FOI QUANTIFICADOS OS LIXOS EM GERAL ACIMA NÃO CONTABILIZADOS, POR EXEMPLO, FOLHAS DE ÁRVORES, TERRA, PLÁSTICOS EM GERAL, ETC
 TODO O LIXO FOI PESADO EM EMBALAGENS PLÁSTICAS POR BALANÇA DE PRECISÃO, TENDO COMO UNIDADE O QUILOGRAMA (KG)

Fonte: tabela produzida pelos alunos do projeto, utilizando excel e office libre (2018)

Tabela 3: Total do lixo recolhido analisando as duas coletas das figuras anteriores

LIXO COLETADO E PESADO DO COLÉGIO DO PROJETO - GERAL E CANTINA										
DIA E QUANTIDADE	29/out	30/out	31/out	01/nov	05/nov	06/nov	07/nov	08/nov	09/nov	TOTAL
TOTAL DO LIXO GERAL SEM CANTINA	14,9	14,6	13,6	15,8	14	15,2	10,9	15,3	11	125,3
TOTAL DO LIXO PRODUZIDO NA CANTINA	3,85	5,52	5,53	6,67	6,51	5,42	6,81	5,3	5,44	51,05
TOTAL GERAL SOMANDO AS DUAS	18,75	20,12	19,13	22,47	20,51	20,62	17,71	20,6	16,44	176,35

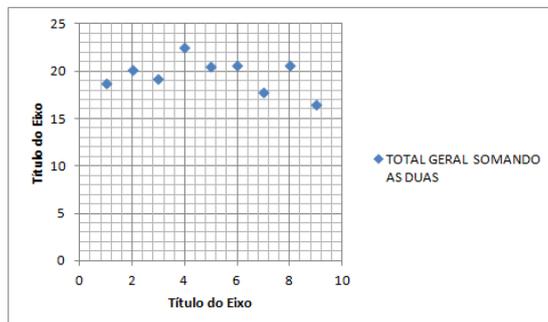
TODAS AS MEDIDAS USADAS NESTAS RELAÇÕES TAMBÉM SEGUEM OS CRITÉRIOS ADOTADOS NAS TABELAS ANTERIORES, OU SEJA, A UNIDADE É EM KG

Fonte: tabela produzida pelos alunos do projeto, utilizando excel e office libre (2018)

Como é visto nas tabelas acima, a quantidade de lixo contabilizada, fica mais complexa quando se tenta analisá-las separadamente e por tipo de lixo, pois as variáveis são múltiplas. Desta maneira, o modelo proposto teria que englobar um número de variáveis menor e uma situação mais viável para construção e execução do mesmo. Na tabela 3 conseguimos analisar a variável da produção total dia a dia, quantificando as duas coletas

simultaneamente. Usando o recurso da construção de gráficos, os alunos conseguiram visualizar o comportamento gráfico abaixo.

Figura 1: Esboço gráfico da produção de lixo total contada nas nove coletas.



Fonte: tabela produzida pelos alunos do projeto, utilizando excel e office libre (2018)

Note que a situação de função existe, porém, não seria um modelo de função fácil de ser determinado uma vez que seu comportamento é parecido com uma função polinomial, mas sem precisão de análise para sua construção. Os alunos envolvidos sabiam os conceitos de polinômios, mas sem raízes, termo independente, pontos mais claros de observação, optaram por encontrar um modelo mais simples de análise para a situação proposta.

Sugeriram então calcular a média diária em quilogramas recolhida durante um período de trinta dias. Para obter o total estimado de lixo acumulado neste prazo utilizaram os dados da tabela recolhidos durante os nove dias e construíram uma regra de três estimando este total de detritos. O número encontrado por eles foi aproximadamente 587,83 kg. Usando os conceitos de média encontraram a produção diária média, um total de aproximadamente 19,594 kg. De posse deste valor médio diário, conseguiram calcular a produção individual de cada pessoa presente na instituição, simplesmente dividindo o valor médio diário pelo número de pessoas presentes na escola. Para estimar o número de pessoas na escola eles estabeleceram os seguintes dados, teriam 17 professores (um em cada sala de aula), 15 funcionários fixos e 580 alunos presentes, totalizando 612 pessoas presentes na escola todos os dias. Sendo assim, encontraram a produção individual de cada pessoa dividindo 19,594 kg por 612 presentes, obtendo aproximadamente 0,03202 kg/hab.

Utilizando esta estimativa eles conseguiram obter um modelo de produção de lixo em função do número de pessoas presentes na instituição, que seria dada pela expressão: Quantidade de lixo produzida (Q) = 0,03202 x número de pessoas presentes (p), utilizando

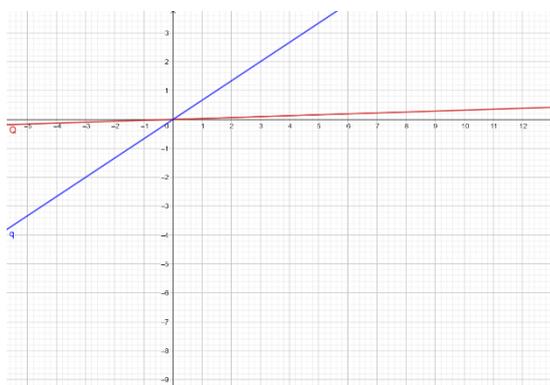
as variáveis e as notações matemáticas de funções encontrando a expressão: $Q(p) = 0,03202 \times p$, sendo Q expresso em quilogramas.

Para concluir este modelo eles utilizaram os conceitos da estatística (análise de dados, média aritmética, construção de gráficos e tabelas), o conceito de função afim linear ($f(x) = ax$), grandezas diretamente e inversamente proporcionais, crescimento e decrescimento de função linear, comportamento gráfico de funções lineares e, estimativa de dados.

Segundo as informações, a produção diária de lixo no município recolhida pelos caminhões coletores seria 400 toneladas, ou seja, 400 000 kg/dia. Como a estimativa de habitantes do município é de aproximadamente 600 000 habitantes, temos que a produção diária por habitante, tendo como referência estes dados seria de aproximadamente 0,6667 kg/hab. Usando o modelo por eles construído, a expressão matemática para exemplificar a produção diária de lixo na cidade (q) em função do número de habitantes (p) seria: $q(p) = 0,6667 \times p$, com Q em quilogramas.

De volta em sala de aula, ao discutirmos os resultados, eles concluíram algumas ponderações bem interessantes, como por exemplo, a produção de lixo mensal da escola é aproximadamente 21 mil vezes menor que a produção do município no mesmo período. A produção de lixo pela escola e pela cidade seria a mesma somente no caso em que não existirem habitantes contabilizados, ou seja, $p = 0$. Notaram também que ambas as funções são crescentes, pois possuem a taxa de variação positiva e, que a função do município cresce mais rapidamente do que a da escola.

Figura 2: Esboço dos gráficos das funções Q produção diária da escola e q produção diária do município

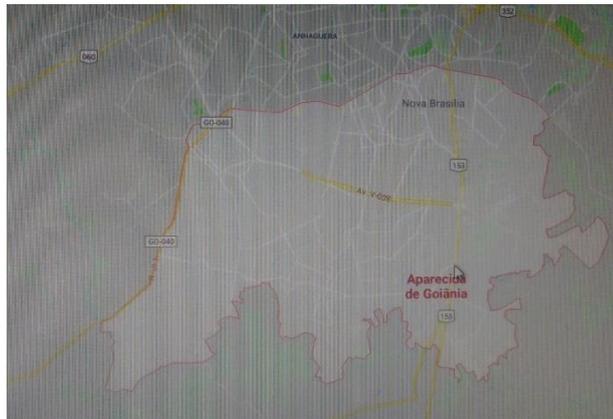


Fonte: gráfico construído utilizando o Geogebra (2018)

Ao analisarem os resultados, foi apresentado a eles o texto que originou a ideia do projeto. A partir da iniciativa deles, também cogitaram a ideia de construir um modelo baseado no mesmo princípio, porém, utilizando artifícios distintos daqueles apresentados.

Conseguiram levantar a área construída da escola, aproximadamente, que seria de 2020 metros quadrados. A do município seria de aproximadamente 288 500 000 metros quadrados. Utilizando algumas tecnologias como, por exemplo, Google Maps, conseguiram duas imagens bem interessantes representadas abaixo.

Figura 3: Mapa da cidade de Aparecida de Goiânia na escala de 1: 200 000



Fonte: Google Maps

Figura 4: Vista aérea da escola



Fonte: Google Maps

Note que na imagem aérea da escola dois lotes se complementam, ou seja, o lote que falta pode ser substituído pelo que sobra, sem perda de espaços. Sendo assim, pode-se tomar a área construída como um retângulo de dimensões 20 m x 101 m aproximadamente. Ou seja, se dividirmos toda a área da cidade de Aparecida de Goiânia

por retângulos com estas dimensões teremos que serão necessários um total de 143 retângulos para cobri-lo totalmente.

Analisando a área construída da escola como esse retângulo de dimensões 20 m x 101 m, os alunos conseguiram estimar a quantidade, em quilogramas, de lixo produzido por metro quadrado da escola, usando uma ideia parecida com a do modelo anterior, com a mudança da taxa de variação. Para calcular essa taxa, os discentes usaram a produção diária média, 19,594 kg/dia e dividiram pela área do retângulo representativo, encontrando 0,0097 kg/ m². Usando o mesmo artifício do modelo anterior, poderão esboçar uma equação matemática que fornece a quantidade de lixo produzida por metro quadrado: quantidade de lixo produzido (Q) = 0,0097 x área (a), ou seja, $Q(a) = 0,0097 \times a$, com Q dado em quilogramas e a em metros quadrados.

Assim, como no modelo anterior, também estenderam a ideia para o município, sendo a taxa de variação calculada pela razão entre a produção diária de lixo da cidade, 400.000 kg, pela área do mesmo, 288 500 000 m², encontrando 0,00139 kg/ m². Portanto, a equação ficaria descrita desta forma: $q(a) = 0,00139 \times a$, com q em quilogramas e a em metros quadrados.

Neste caso, os alunos para chegarem aos resultados propostos, utilizaram os conceitos de áreas de figuras planas, análise de funções lineares, crescimento e decrescimento de funções lineares, dados estatísticos, análise de gráficos, conceito de razão, relação entre grandezas, conceito de média de dados.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Destarte, implantada a ideia do projeto sugerido por Almeida, Silva e Vertuan (2013), os alunos conseguiram chegar ao modelo que exemplificasse o proposto pela ideia principal do projeto, que era a modelagem aplicada aos conteúdos propostos pela grade curricular, em especial as funções e estatística. Como proposto por Bassanezi (2006 e 2015), as etapas da modelagem foram observadas e concluídas com as devidas adequações e possibilidades propostas pelo meio aos alunos.

O grau de envolvimento dos alunos com o projeto nos levou a refletir a importância de se trazer novos métodos de aplicação e construção do conhecimento. O envolvimento dos alunos no processo trouxe uma visão mais ampla de cada conceito, ao tornarem-se parte da construção do conhecimento, tiveram menos resistência com os conceitos e puderam contribuir e aprimorar para a execução e construção do modelo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como não se apaixonar pela modelagem aplicada ao ensino da matemática na educação básica? Ao ver todo o envolvimento dos alunos com a execução do projeto, com as etapas da modelagem, com a construção do modelo a partir de dados por eles levantados e analisados, nos leva a refletir com muita atenção nos métodos praticados quando desejar-se transmitir conteúdos diversos da matemática. Ao ver que com a tomada de decisões e exposição de opiniões os processos de aprendizagem se fortalecem, notamos que a “velha” matemática, tão voltada para a repetição de resultados, precisa ser reavaliada, pois, não se trata mais de repetir sem saber para que ou por que isso é feito. Existe hoje uma preocupação com o aprendizado crítico, pois o aluno desta chamada geração Y, não se contenta apenas com o repetir, ele precisa entender por que e para que serve cada situação proposta nos problemas matemáticos. Desse modo, a modelagem vem para somar de maneira extraordinária para esse novo modelo de educação e, principalmente para o ensino da matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, Loudes Werle de; SILVA, Karina Pessôa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem matemática na educação básica**. 1. Ed. 1ª reimpressão – São Paulo: Contexto, 2013.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. 3. ed. – São Paulo: Contexto, 2006.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Modelagem matemática: teoria e prática**. – São Paulo: Contexto, 2015

BITENCOURT, Karliúzia Fonseca. **Educação matemática por projetos na escola: prática pedagógica e formação de professores**. – 2. ed.- Curitiba: Appris, 2013 (Coleção educação).

BRASIL. Constituição (1988) Constituição: República Federativa do Brasil. Brasília, DF: Senado Federal, 1988

FONSENCA, Kátia Rúbia Silva Carneiro. **A modelagem matemática no ensino básico**. Disponível em <<https://repositorio.bc.ufg.br/tede/handle/tede/7495>>. Acesso em: dezembro de 2018

SOBRE O AUTOR

Cláudio Alberto Martins: graduou-se em Licenciatura em Matemática pela Universidade Católica de Goiás (UCG - Goiânia), atualmente é professor do Ensino Básico da rede privada das cidades de Goiânia e Aparecida de Goiânia.

CAPITULO 5

O ENSINO DO CÁLCULO VETORIAL NA PERSPECTIVA DA PROPOSTA METODOLÓGICA SEQUÊNCIA FEDATHI

Francisco Odecio Sales

Jorge Carvalho Brandão

Maria Aliciane Martins Pereira da Silva

RESUMO

Os cursos de licenciaturas em Matemática possuem ainda muitos desafios com a disciplina Cálculo Vetorial, no tocante aos aspectos metodológicos desenvolvidos nas sessões didáticas que ainda representam alguns pontos de insatisfação, motivo de desistência e reprovação por parte dos alunos. Ante esse problema, este artigo trata de uma pesquisa expressa na metodologia de pesquisa e ensino Sequência Fedathi (SF) cuja finalidade foi investigar como sua relação com a Teoria do Pensamento Matemático Avançado (PMA) pode alicerçar os processos de ensino de Cálculo Vetorial dos alunos de um grupo de estudos de uma Instituição de ensino superior, respondendo de que maneira isso contribui para a aprendizagem de conceitos e procedimentos nessa disciplina, em particular, do conteúdo de Integrais curvilíneas, e como pode ser feita a caracterização do docente em amparo nesses conceitos. Como suporte teórico preliminar, foram utilizados estudos da Sequência Fedathi, Teoria do Pensamento Matemático Avançado e do recurso computacional (Geogebra) para contribuir com a melhoria do processo de ensino-aprendizagem. Então, para alcançar os objetivos, as sessões didáticas foram trabalhadas com a Sequência Fedathi como metodologia para elaboração e condução no ensino do conteúdo. A pesquisa é de natureza qualitativa, delineada como participante e, além disso, seguiu o método científico Sequência Fedathi, descrito e estudado no decorrer do trabalho; como campo e sujeitos da investigação, o ensaio delineou-se num grupo de estudos criados no curso de Física do IFCE Campus Itapipoca e os sujeitos foram os alunos inscritos e o professor que mediou os encontros. No decorrer da experimentação, as perguntas da pesquisa foram respondidas e colhidos resultados que serviram como embasamento para a classificação de bons professores e bons alunos. A metodologia de pesquisa mostrou-se como um rígido método a ser promovido cientificamente, direcionando corretamente cada etapa do experimento e os instrumentos metodológicos necessários para a obtenção e coleta de dados. No decorrer das práticas e conseqüente análise, foi possível estabelecer relação entre a SF e o PMA nos testes que foram aplicados com os alunos. Além disso, concluiu-se, o quão benéfico foi para a compreensão dos conteúdos o uso do recurso computacional, com as questões contextualizadas utilizadas como problemas na vivência da Tomada de Posição, ou seja, contribuiu para demandar compreensões para o ensino do Cálculo Vetorial, além de desenvolver avanços para as pesquisas em Educação Matemática e, acima de tudo, como o comportamento docente influenciou nas emoções dos alunos em relação à Matemática e na condução da vivência da Sequência Fedathi.

Palavras-chave: Sequência Fedathi. Cálculo Vetorial. Pensamento Matemático Avançado.

INTRODUÇÃO

As discussões envolvendo temas relacionados à Educação Matemática têm ocorrido de forma considerável nas instituições de ensino em busca de respostas sobre a Didática da Matemática, que podem apontar caminhos para que ocorra uma melhoria, tanto no ensino quanto na aprendizagem, dos conteúdos relacionados às áreas desse conhecimento (Souza, 2010).

Wrobel, Zeferino e Carneiro (2013) afirmam que no Ensino Superior as disciplinas da área de Matemática são conhecidas pelos alunos como as que possuem elevado grau de dificuldade e abstração. Isso tem sido perpetuado ao longo dos anos, gerando uma ideia equivocada de que essas disciplinas se afastam da realidade dos alunos, não apresentando, portanto, significado algum para os acadêmicos.

Neste universo, se enquadra o Cálculo Vetorial, disciplina avançada da área de Análise, cujo objetivo é servir de pilar para diversos outros saberes (tais como Eletromagnetismo, Geometria Diferencial, Cálculo das Variações, etc.) para aprendizagens posteriores, em disciplinas específicas, e possui forte papel nas representações de fenômenos do cotidiano de cada área.

Percebe-se no estudo de Barbosa (1994) que a pouca interação ocorrida entre os alunos de uma turma de Cálculo Vetorial é um dos fatores que torna a aprendizagem dos conteúdos repassados precária, afetando diretamente o rendimento dos alunos. Uma década depois, De Lima *et al* (2014) concluíram que um parâmetro o qual afeta o aprendizado da disciplina é a falta de domínio do conteúdo básico de Matemática. Essas duas conclusões devem ser trabalhadas através de uma postura diferenciada por parte do docente com o intuito de mudar o cenário atual da disciplina, pois é através da valorização do discente em sala de aula e seu direcionamento ao interesse científico à medida que lhe instiga a curiosidade, a descoberta, a reflexão, o levantamento de hipóteses, as validações, advindas também da ação do próprio aluno, não apenas sendo imposta ou transmitida a informação pelo professor.

Segundo Morelatti (2001), os altos índices de reprovação e evasão dos alunos nessa disciplina estão ligados à priorização de uma aula expositiva com verdades conceituais prontas, sem, ao menos, ter a participação do aluno. Contrapondo essa situação, através de uma sessão didática realizada em sala de aula utilizando a metodologia da Sequência Fedathi na prática docente com o ensino do conteúdo de integrais curvilíneas através de aplicações, percebemos resultados iniciais promissores, principalmente pela participação da

turma em cada etapa culminando na possibilidade de haver um aprofundamento na observação da existência da aprendizagem significativa a partir do uso de modelos matemáticos no momento em que os alunos solucionaram questões sobre comprimento de curvas, fluxo, trabalho de uma força, volumes, etc. com os conceitos aprendidos em Cálculo Vetorial.

As possíveis Alavancas Meta foram identificadas, mostrando que as teorias, ao serem trabalhadas juntas, podem auxiliar as ações do professor, ao elaborar e ao ministrar suas aulas, bem como reduzir esse índice de desistência e repetência do curso.

Com efeito, a postura e a mediação docente observadas nessas aulas se opuseram ao que normalmente acontece em aulas de Matemática, uma vez que foram dadas oportunidades de ação aos discentes para que pudessem refletir sobre os conteúdos trabalhados, através de situações de construção do conhecimento, ao invés de situações de mera passividade por parte deles. Assim, percebemos que a Sequência Fedathi, trouxe uma ruptura aos modelos tradicionais do ensino de Matemática de nível superior, que é geralmente marcado pela exposição sucessiva de definições, teoremas, demonstrações, axiomas, exercícios resolvidos, entre outros, e pelo centralismo na figura do professor.

Baseando-se em Alves (2012), ao afirmar que o matemático e o estudante no quesito investigativo apresentam características cognitivas comuns, mesmo em níveis de dificuldades distintos, revela novas reflexões acerca da postura do professor em sala de aula, principalmente, no que se refere à mediação, que oportuniza a construção dos conceitos, valoriza o tempo de maturação do aluno e dá ênfase à qualidade do ensino, considerando o ritmo de acompanhamento dos discentes.

Assim, diante desses resultados promissores e das dificuldades que o professor de Cálculo Vetorial vivencia ao trabalhar com seus alunos conteúdos tão abstratos e carregados de notações e ferramentas matemáticas sofisticadas, considera-se necessária uma ampliação das investigações sobre o tema, como forma de contribuir para o ensino do Cálculo Vetorial e para o ensino da Matemática de forma geral.

Há ainda a necessidade de compreensão da organização e execução de aulas de Cálculo Vetorial no tocante à aplicabilidade do conteúdo de Teorema de Green e Teorema da Divergência de Gauss segundo os pressupostos da Sequência Fedathi, principalmente no que se refere ao planejamento das sessões didáticas e à avaliação da aprendizagem dos alunos. Desse modo, partimos das seguintes indagações: De qual modo a Sequência Fedathi pode se transformar em uma ferramenta para mediar o professor na transposição

didática dos conteúdos de Cálculo Vetorial? Como se elaborar e se executar as sessões didáticas? Como se verificar a aprendizagem do discente?

Portanto, neste projeto de tese iniciamos a temática do Cálculo Vetorial buscando propor um método para o ensino dessa disciplina, com a utilização da Sequência Fedathi, das Alavancas Meta, dos recursos tecnológicos (*softwares*) e dos subsídios teóricos presentes na literatura sobre o ensino e aprendizagem de integrais curvilíneas, Aprendizagem Significativa, a Sequência Fedathi, bem como, os textos de Alves (2011), sobre o papel da intuição e da percepção na perspectiva do estudo da matemática.

A disciplina de Cálculo Vetorial motivou o surgimento deste projeto de tese a partir das reflexões oriundas da prática em sala de aula obtidas, bem como, a preocupação com a notória dificuldade no aprendizado dessa disciplina por parte dos discentes, e a crescente importância dessa disciplina para o cenário científico e tecnológico, em que cada vez mais seus conceitos e aplicações se fazem necessários aos profissionais da área das ciências exatas e afins.

A experiência obtida com a condução dessa disciplina mostrou ser necessário procurar mecanismos tais como Alavanca Metas que auxiliem a mediação docente em aulas sobre o conteúdo de aplicações das integrais curvilíneas e teoremas clássicos, tais como Teorema de Green, Teorema da Divergência de Gauss e Teorema de Stokes. Além disso, conduzir o curso sob uma prática metodológica ativa elaborada segundo os pressupostos da Sequência Fedathi com o intuito de motivar melhorias no ensino e aprendizagem dessa disciplina.

Considerando os resultados da pesquisa de Fontenele (2013), em que as teorias Alavanca Meta e Sequência Fedathi se complementaram, seria salutar que o professor conhecesse tais ferramentas e seu potencial de uso no ensino, despertando, assim, para a compreensão do papel da mediação preconizada pela Sequência Fedathi.

Este projeto busca, portanto, ampliar as reflexões sobre o ensino do Cálculo Vetorial e da Matemática como um todo, podendo despertar diferentes percepções e atitudes na práxis docente, suscitando a vontade de reelaborar a forma de abordagem dos conceitos matemáticos discutidos por meio da Sequência Fedathi, Alavancas Meta e uso das tecnologias, percorrendo caminhos favoráveis à reflexão discente sobre o conteúdo de Cálculo e buscando superar as dificuldades inerentes ao próprio conteúdo.

Segundo Malta (2004), as preocupações das pesquisas em Educação Matemática no ensino superior têm convergido para as disciplinas iniciais dos cursos da área de exatas, devidos aos altos índices de não aprovação dos alunos.

No artigo de Júnior (2006), existe uma opinião sobre a importância que deve ser dada à compreensão de conceitos e à valorização de suas aplicações, ao passo em que sugerem um enfraquecimento do papel das habilidades manipulativas e algorítmicas que tradicionalmente têm sido priorizadas. Pode-se, portanto, sugerir que algumas ações dos docentes que permanecem com essa prática possivelmente contribuam para agravar as dificuldades com a disciplina.

As principais dificuldades vivenciadas pelos alunos podem ser mencionadas então como os obstáculos inerentes ao conteúdo em si e à prática docente. Será dada ênfase a este último, traçando-se o perfil do ensino do Cálculo Vetorial, que depende diretamente das ações do professor em sala de aula, embora os demais obstáculos devam ser considerados pelo docente na elaboração e condução de suas aulas.

O primeiro obstáculo está nas dificuldades vivenciadas pelos estudantes recém-ingressos em curso de nível superior e com sérias deficiências com o conteúdo matemático do ensino médio. Lopes (1999) reforça num conteúdo de taxas de variação na derivada que:

O conhecimento matemático é em camadas que se superpõem. Você começa a aprender Matemática no primeiro ano da escola. Se você não sabe dividir, não vai saber o que é uma taxa, se você não sabe o que é uma taxa não vai saber o que é uma derivada e assim por diante. Essa é talvez uma das principais razões porque existem tantas reprovações em Cálculo em nossas universidades. Em muitos casos, os estudantes universitários não sabem os conceitos matemáticos anteriores que são necessários para fazer os cursos de Cálculo. (LOPES, 1999, p. 125)

Não obstante a isso, esses alunos deparam com o excesso de complexidade e formalismo presente nos exercícios, com teoremas e demonstrações rigorosas que causam estranheza e dificuldades de compreensão de seus significados e com uma aplicabilidade deficiente no cotidiano. Isso vem ao encontro do que D'Ambrósio (2002) preconiza quando afirma que “a Matemática que vem dominando os programas é, em grande parte, desinteressante, obsoleta e inútil para as gerações atuais”, o que acarreta desinteresse nos estudos, trancamentos e reprovações e, além disso, pode prejudicar o andamento do curso, já que o Cálculo Vetorial é pré-requisito para outras disciplinas além de basilar para aprofundar áreas da Matemática pura, tais como Geometria Diferencial, Análise no \mathbb{R}^n , Topologia das Variedades, Variedades Riemannianas, etc.

Isso conseqüentemente provoca uma grande dificuldade de o aluno absorver novas palavras, símbolos, definições e teoremas que serão necessários para o aprendizado de

conceitos futuros, ou seja, ocorre a perda de sentido diante da não compreensão dos significados impostos nos conteúdos.

Além desses obstáculos epistemológicos, também aparecem as barreiras didáticas, que são uma consequência da forma como os professores lidam com essas dificuldades, ou seja, determinadas situações podem se constituir um problema de ordem didática, se o entrave para sua superação encontrar resistência por conta de escolhas equivocadas feitas pelo docente.

Nesse caso, diante de tais dificuldades, a atitude, em geral, tomada pelos professores é a de dar menos atenção à parte conceitual do ensino e maior ênfase às tarefas algorítmicas. Isso ocorre quando os conflitos existentes entre os saberes antigos dos alunos e os novos conceitos que lhes são apresentados, resistem em chegar a um equilíbrio e o docente apenas instiga com tarefas repetitivas. Desse modo, de acordo com Alves (2011) os professores não fazem Ciência e, de modo particular, não se faz Matemática, quando não é possível desenvolver em sala de aula, de modo eficiente, o hábito de exploração da capacidade imaginativa do discente.

Agora é possível construir um importante pensamento que é o de se utilizar da imaginação dos alunos para a compreensão matemática. Segundo Ribenboim (2000 apud Alves, 2011) “a demonstração, a formalização e o rigor foram elementos essenciais na atividade matemática dos Helenos”. O autor supracitado indaga o leitor sobre quais etapas são necessárias para que se possa alcançar uma demonstração ou até mesmo uma propriedade axiomática, como também, aprofundando mais o assunto, o que é preciso para qualquer conceito ou exercício ser concebível pelo discente? É então necessário acolher e estudar mecanismos cognitivos que ao serem conhecidos podem contribuir para o melhor entendimento matemático. Alves (2011) conceitua um raciocínio intuitivo como o desenvolvimento de raciocínio que se baseia nas percepções e que não apresenta um raciocínio lógico dedutivo.

Neste contexto de dificuldade do ensino do Cálculo e do aprendizado dos conteúdos repassados, faz-se necessário, portanto, explorar o raciocínio intuitivo para o auxílio do aprendizado da Matemática. Esse estímulo deve partir do comportamento do docente em sua prática em sala, pois segundo Garzella (2013) é isto um dos fatores que influenciam no sucesso ou fracasso do aluno na disciplina, pois dependendo do método de ensino utilizado pelo professor poderá atrapalhar ou facilitar o processo de captação de conhecimento. Assim, tal pensamento corrobora com o fato de que as práticas pedagógicas não favorecem o acesso ao significado de conceitos do Cálculo, o que reforça nossa premissa de que parte

dos problemas está atrelada a aspectos metodológicos que perpassam pela postura e mediação docente.

Mas como o professor pode superar tais obstáculos? Nesse caso o problema de pesquisa recai sobre a mediação do professor em sala de aula e suas ações para superação das dificuldades. E o que fazer quando os alunos não detêm os conceitos primitivos que irão orientar no aprendizado dos conteúdos futuros? Assim, uma proposta a ser estudada e pesquisada no assunto de integrais curvilíneas é o uso de mapas conceituais.

Ademais, como aprimoramento da prática docente no conteúdo específico de Integrais Curvilíneas é importante estabelecer a abordagem da Sequência Fedathi, das Alavancas Meta, dos subsunçores e dos mapas conceituais, buscando então ampliar esse estudo, o que abrangerá toda a disciplina de Cálculo Vetorial. Além disso, lançar mão de recursos teóricos e tecnológicos buscando propor um método que possa ser usado pelo professor nessa disciplina como tentativa de superar esses obstáculos.

Desse modo, os procedimentos metodológicos da investigação serão norteados pelos seguintes objetivos:

- **Objetivo Geral:** Propor um método para o ensino da disciplina de Cálculo Vetorial em cursos de licenciatura em Matemática e Física.
- **Objetivos Específicos:** Fazer um mapeamento de como são desenvolvidas atualmente as aulas da disciplina de Cálculo Vetorial em cursos da área de exatas; Desenvolver sessões didáticas utilizando a Sequência Fedathi com o apoio de ferramentas da aprendizagem significativa, das categorias intuitivas, das alavancas meta e do suporte computacional trabalhando o conteúdo de integrais curvilíneas na disciplina de Cálculo Vetorial; Comparar e sistematizar os resultados delineando uma proposta de ensino para a disciplina.

BASE TEÓRICA

Segundo Fischbein (1994, *apud* Alves, 2011) é imprescindível conhecer como o alunos resolvem os mais variados tipo de problemas matemáticos, ou seja, isso significa quais dificuldades e a origem delas, os erros sistemáticos e assim por diante. O abismo existente entre a proposta de ensinar o conteúdo de Cálculo Vetorial e alcançar o objetivo de assimilação por parte dos alunos requer muito mais do que simplesmente repassar os conteúdos, mas sim buscar estratégias que possam promover a reflexão dos estudantes, amenizando assim o aspecto mecânico que acompanha as atividades da disciplina.

Diante da problemática que envolve o ensino do Cálculo Vetorial, encontramos na literatura a dissertação de Fontenele (2013) que aborda um conceito importante o qual pode ser utilizado na introdução de uma sessão didática:

Alavanca Meta (*levier méta*): Foi inserida no ensino de matemática tendo como ideia central a introdução, num momento apropriado da aula, de um elemento capaz de conduzir o estudante à reflexão acerca do objeto matemático estudado. Assim, se o elemento conseguir produzir esse efeito reflexivo no estudante, poderá ser considerado uma alavanca. A reflexão é a meta a ser alcançada. Daí o termo alavanca meta.

O contexto conceitual dessa ferramenta encontra-se na área da Álgebra Linear, porém temos a audácia de trabalhá-la também com o ensino de Análise (em particular do Cálculo Vetorial) e, assim, transformá-la em mais um subsídio para o docente em sua prática. Não obstante a isso, um conceito necessário extraído da aprendizagem significativa e que será de extrema importância para compor as ferramentas a serem utilizadas são: os Subsúncios e Mapas Conceituais. De acordo com Zarpelon *et al* (2014):

A teoria Ausubeliana, cujo foco é o aluno, tem como principal conceito a Aprendizagem Significativa, definida como o processo pelo qual um novo conhecimento interage e se incorpora de maneira não literal e não arbitrária a conhecimentos relevantes existentes na estrutura cognitiva do aprendiz, ou seja, a conhecimentos prévios existentes, denominados *subsúncios*. (Zaperlon et AL, 2014, p. 130)

Faria (1995) define o esquema de mapas conceituais como uma estruturação básica das partes do conhecimento entrelaçados com conceitos e proposições importantes sobre o tema, um desenho na forma de esquemas.

Na disciplina de Cálculo Vetorial um eficiente organizador que permitirá ao aluno perceber que as novas informações estão associadas aos conhecimentos prévios que ele detém é o uso de mapas conceituais (Zarpelon *et al*, 2014).

Nesse caso, o diferencial que pretendemos propor para a disciplina de Cálculo Vetorial, reside na ênfase que é dada ao papel do professor nesse processo, de modo que as atenções não ficam restritas as dificuldades do conteúdo em si. Por conseguinte, buscaremos, com a Sequência Fedathi, explorar os campos da mediação docente com seus entraves e suas possibilidades.

Assim, restringindo ainda mais o conteúdo proposto no ensino da disciplina de Cálculo Vetorial será proposto um estudo detalhado das sessões didáticas envolvendo o conteúdo de integrais curvilíneas com as ferramentas citadas acima e o uso de uma metodologia

própria: Sequência Fedathi, a partir da descrição das categorias intuitivas (intuição afirmativa, intuição conjectural e intuição antecipatória).

A compreensão de como se dá o processo de aprendizagem dos conteúdos do Cálculo Vetorial, ou seja, as etapas do raciocínio intuitivo as quais os alunos devem estabelecer para compreenderem o conteúdo de integrais curvilíneas requer um componente primordial: um recurso metodológico de ensino. A proposta como metodologia de ensino é usar a Sequência Fedathi como forma de mediação didática com a finalidade de promover o raciocínio intuitivo a ser estudado durante a pesquisa.

A Sequência Fedathi, nesse processo, possui a finalidade de orientar a ação do professor, que conduzirá o aluno como um sujeito ativo e não como receptor de respostas prontas e de uma matemática acabada.

Assim, a Sequência Fedathi atinge essa função no instante em que traduz em sala um momento em que o professor é um condutor que dá oportunidade aos alunos de descobrirem a matemática, partindo de situações desafiadoras que os coloquem para agir sobre o conteúdo proposto, assimilando e acomodando novos saberes. Tal fato ocorre de acordo com as etapas a serem seguidas numa sessão didática: *tomada de posição, maturação, solução e prova*.

O correto uso dessas etapas traduz uma nova visão em sala de aula, tanto no que se refere à postura do professor quanto à do aluno, de modo que este último deverá ser um participante ativo durante toda a aula, seja resolvendo as atividades, discutindo as soluções encontradas ou verificando a formalização do conteúdo realizada pelo professor.

A postura do professor, segundo Fontenele (2013) é definida por um quadro que traz um resumo do que se espera do professor em cada fase da Sequência Fedathi:

Quadro 1 – Postura docente segundo a Sequência Fedathi.

Postura Docente Esperada em Cada Fase da Sequência Fedathi			
Tomada de Posição	Maturação	Solução	Prova
<ul style="list-style-type: none"> • Apresenta uma situação desafiadora que esteja no nível dos alunos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Deixa os alunos pensarem sobre o problema/atividade proposto; • Observa o desempenho dos alunos (postura mão no bolso); • Se questionado responde com perguntas que estimulem a curiosidade e o instinto investigativo do aluno; • Não fornece a resposta pronta; • Intervém quando necessário, caso o aluno não consiga avançar. 	<ul style="list-style-type: none"> • Chama os alunos para apresentarem suas respostas; • Faz questionamentos que suscitem discussões com a turma; • Aponta e discute os possíveis erros de modo a favorecer a aprendizagem; • Compara os resultados apresentados. 	<ul style="list-style-type: none"> • Formaliza os resultados matematicamente; • Faz generalizações; • Expõe as definições formais ou teoremas.

Fonte: Fontenele (2013).

No entanto, ao elaborar a sequência de ensino, ou mais precisamente, a sessão didática é imprescindível que o professor tenha consciência do nível de conhecimento dos alunos (*plateau*)⁴, ou seja, se há condições de assimilar o conteúdo a ser apresentado e, além disso, preparar-se para possíveis questionamentos, dúvidas e pontos de dificuldades que poderão surgir o que dotará o docente com um maior preparo.

Nos relatos de Sousa (2013), antes de haver um planejamento da aula, deve ocorrer uma transformação na concepção do docente, ou seja, não há como pôr algo em prática que não se utiliza em sua forma de pensar. Eis a reflexão do autor:

[...] para organizar uma aula segundo o roteiro metodológico da Sequência Fedathi, a mudança de concepção deve preceder a mudança na forma de planejar. [...] compreendemos que as ideias do professor, sua forma de pensar, é que fazem o diferencial no momento da execução do plano, quando este é posto em prática e pode, efetivamente, ser chamado de currículo, no sentido de caminho a ser percorrido.

⁴ *Plateau* = segundo a Sequência Fedathi é o nível cognitivo do sujeito em relação ao domínio do conteúdo.

A forma de pensar e agir do docente se torna essencial para o êxito no uso da Sequência Fedathi, pois consciente ou não de suas concepções de ensino e aprendizagem, a elaboração e execução de suas aulas tenderão a se sustentar nessas bases. Um exemplo de aplicabilidade dessa estratégia metodológica é o uso de recurso computacional, que segundo Alves e Borges Neto (2011), a exploração de tal ferramenta propicia o desenvolvimento de estruturas cognitivas e percepção de aspectos matemáticos por partes dos discentes.

Ressaltamos que cada fase da Sequência Fedathi representa momentos distintos da aula, que devem acontecer de forma natural, quantas vezes forem necessárias de acordo com o planejamento da aula e perfazer todos os momentos em que um matemático cria determinado conhecimento ficando a critério do docente as melhores ferramentas de ensino a serem utilizadas no processo.

ABORDAGEM METODOLÓGICA

O projeto baseia-se em uma pesquisa qualitativa, na qual nos embasamos metodologicamente nas concepções de Bogdan e Biklen (1994) e Laville e Dionne (1999). Será utilizado como método investigativo o estudo de caso e essa escolha vai ao encontro do que preceitua Yin (2010) quando afirma que tal método é adequado para investigações de situações reais contemporâneas tendo em vista cinco pressupostos: ter rigor na condução da pesquisa, evitar confusões com casos de ensino, saber como generalizar situações, trabalhar o nível de esforço e compreender os pontos positivos de tal método.

Esse intento se deu não somente para a observação das atuais estratégias docentes em sala, mas para criar recursos de mudança para a melhoria nas estratégias metodológicas utilizadas pelo docente em seu cotidiano no ensino do Cálculo Vetorial.

Utilizaremos também para análise dos dados, que deverão ser obtidos por meios de entrevista, observações de campo e atividades com os sujeitos, a Análise de Conteúdo baseado nos estudos de Bardin (2009), que esclarece tal método possuir atuação em disciplinas muito diversificadas e caracteriza-se pelo aparecimento de interrogações e respostas no plano metodológico. A investigação se dará nas seguintes etapas, com seus referentes procedimentos metodológicos.

A primeira etapa tratou de um aprofundamento bibliográfico, sobre o tema investigado, que inclui revisão de literatura dos campos conceituais que envolvem o objeto de estudo, visando à qualificação da base teórica da investigação. Para tanto, buscou-se

apoio em autores que tratam do ensino do Cálculo e do conteúdo desta pesquisa como um todo: Becker (2012) e da Sequência Fedathi: Sousa *et al.* (2013), Souza (2010), Fischbein (1994), Alves (2011), Moreira (2010) entre outros.

Esclarecido o método de pesquisa, os critérios para a escolha do *locus* e sujeitos da pesquisa foram assim definidos: o ambiente será uma instituição de nível superior que atenda as profissões das áreas de exatas, em especial, a disciplina de Cálculo Vetorial.

A segunda etapa correspondeu à primeira parte da pesquisa empírica, na qual foram observadas aulas de Cálculo Vetorial e mais especificamente do conteúdo de integrais curvilíneas concebidas sem uso da Sequência Fedathi, no qual esteve também coletando dados com professores e alunos da disciplina, como forma de compreender melhor a realidades deles e aprendizagem do Cálculo.

Na terceira etapa foram elaboradas e ministradas aulas de Cálculo Vetorial de acordo com os pressupostos da Sequência Fedathi e o uso das ferramentas alavanca meta, subsunçores e recursos tecnológicos. Por fim foi feita a sistematização e análise dos dados, bem como, a produção do relatório final da ação investigativa.

A elaboração deste artigo foi parte da consciência de que as práticas de ensino do Cálculo e da Matemática de nível superior devem ser analisadas, e de acordo com suas problemáticas e objetivos de ensino devem ser repensadas. Para isso, é imprescindível que se considerem as tendências da Educação Matemática, aproximando cada vez mais teoria e prática e contribuindo, assim, com a melhoria do ensino.

RESULTADOS OU RESULTADOS PARCIAIS

Tendo os resultados desta análise convergido com as categorias análise teórica e plateau, estruturamos um modelo de intervenção pautado na metodologia descrita, que descreve como o conteúdo foi tratado na abordagem metodológica da Sequência Fedathi. Assim, mostramos a análise teórica, delineada com base nas relações entre as subcategorias evidenciadas na pesquisa e os pressupostos da Sequência Fedathi, caracterizando uma estrutura organizacional que guiou a elaboração das sessões didáticas elaboradas e ministradas na segunda parte desta pesquisa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Procuramos apresentar uma síntese do que é a Sequência Fedathi, ressaltando elementos que devem ser explorados em sua aplicação e sua aplicação no ensino de integrais curvilíneas. É importante destacar que a Sequência Fedathi é um modelo em constante construção e evolução, onde podemos citar como sua extensão natural o polígono FEDATHI, novos trabalhos de pesquisa que venham aplicá-la serão muito importantes para uma contínua análise e melhoramentos do que já foi constituído. Podemos ressaltar que a essência da Sequência Fedathi está em o professor conduzir o processo de ensino de modo a conduzir os alunos a desenvolverem o raciocínio matemático, através da exploração, compreensão e investigação de problemas matemáticos, levando-os a construir suas aprendizagens a partir das experimentações e constatações feitas durante todo o processo de ensino.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALVES, F. R. V.; BORGES NETO, H. **Transição interna do cálculo em uma variável para o cálculo a várias variáveis: uma análise de livros**. EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PESQUISA. v. 13-3, 2011, P. 597-626, Disponível em: <http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/issue/archive>. Acesso em: 16 abr. 2021.
- ALVES, F. R. V. **Insights: Descrição e possibilidades de seu uso no ensino do cálculo**. *Vidya, Santa Maria*, v. 32, n. 2, p. 149-161, jul./dez. 2012.
- ALVES, F. R. V. **Aplicações da Sequência Fedathi na promoção do raciocínio intuitivo no Cálculo a Várias Variáveis, 2011**. Tese (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2011.
- BARBOSA, G. O. **Raciocínio lógico formal e aprendizagem em cálculo diferencial e integral: o caso da Universidade Federal do Ceará**. 1994. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 1994.
- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa, Portugal: Edições 70, LDA [2009?].
- BECKER, F. **A epistemologia do professor de matemática**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2012.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto, Portugal: Porto Editora, 1994.
- D'AMBRÓSIO, U. **A matemática nas escolas**. *Educação matemática em revista*. Ano 9, nº 11, edição especial, p. 29-33, abril de 2002.
- DA SILVA, C. A.; Da Silva, B. A. **A noção de Integral em livros didáticos e os registros de representação semiótica**. In: X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10º, 2010, Salvador. Anais... Bahia: UCSal, 2010, p.1-11.

DE LIMA, S. A.; DA SILVA, S. C. R.; Junior, Guataçara dos Santos; De Almeida, Marina Ferreira Araújo. **O Ensino de Cálculo Diferencial e Integral em um curso de administração: Principais Dificuldades de Aprendizagem dos alunos**. Anais do IV Simpósio Nacional de ensino de Ciências e Tecnologia. Ponta Grossa, 2014.

FARIA, W. **Mapas Conceituais: aplicações ao ensino, currículo e avaliação**. São Paulo: EPU, 1995.

FISCHBEIN, E. **Intuition in Science and Mathematics: an educational approach**. 2 ed. Dordrecht, Holland: Kluwer Academic Publishers, 1994.

FONTENELE, F. C. F. **A Sequência Fedathi no ensino da Álgebra Linear: o caso da noção de base de um espaço vetorial**. 2013. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2013.

JUNIOR, A. O. **Compreensões de conceitos de Cálculo Diferencial no primeiro ano de matemática – Uma abordagem integrando oralidade, escrita e informática, 2006**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

GARZELLA, F. A. C. **A disciplina de Cálculo I: a análise das relações entre as práticas pedagógicas do professor e seus impactos nos alunos**. 2013. 298 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas. São Paulo. 2013.

LAVILLE, C.; DIONNE, J. **A construção do saber: manual de metodologia da pesquisa em ciências humanas**. São Paulo, SP: Artmed Editora, 1997.

LOPES, A. **Algumas reflexões sobre a questão do alto índice de reprovação nos cursos de Cálculo da UFRGS**. Sociedade Brasileira de Matemática. Rio de Janeiro, n.26/27, p.123-146, jun./dez. 1999. (Matemática Universitária)

MALTA, I. *Linguagem, leitura e matemática*. In: CURY, H. N. **Disciplinas matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos, propostas**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004. p.41-62.

MORELATTI, M. R. M. **Criando um ambiente construcionista de Aprendizagem em cálculo diferencial e integral I**. 2001. 260f. Tese (Doutorado em Educação)- Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.

Moreira, M.A. **Mapas conceituais e aprendizagem significativa**. São Paulo: Cantauru Editora, 2010.

SOUSA, F. E. E. **Aplicação da Sequência Fedathi e a exigência de um novo contrato didático**. In: SOUSA, F. E. E. *et al.* (Org.). **Sequência Fedathi: uma proposta pedagógica para o ensino de Ciências e Matemática**. Fortaleza, CE: Edições UFC, 2013.

SOUSA, F. E. E. *et al.* (Org.). **Sequência Fedathi: uma proposta pedagógica para o ensino de Ciências e Matemática**. Fortaleza, CE: Edições UFC, 2013.

SOUZA, M. J. A. **Aplicações da Sequência Fedathi no ensino e aprendizagem da Geometria mediada por tecnologias digitais**. 2010. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2010. Disponível em: <http://www.teses.ufc.br/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=6521 > Acesso em: 21 Abr. 2021.

YIN, R. K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2010.

WROBEL, J. S.; ZEFERINO, M. V. C.; Carneiro, T. C. J. ***Um mapa do ensino do cálculo nos últimos 10 anos do Cobenge***. Anais do XLI Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia. Gramado, 2013.

ZARPELON, E.; DE RESENDE, L. M. M.; PINHEIRO, N. A. M. ***Uso de Mapas Conceituais na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral 1: Uma estratégia em busca da aprendizagem significativa***. Anais do IV Simpósio Nacional de ensino de Ciências e Tecnologia. Ponta Grossa, 2014.

CAPITULO 6

DESAFIOS E POSSIBILIDADES NA FORMAÇÃO DOCENTE COM O USO DAS TECNOLOGIAS NO ENSINO: UMA ANÁLISE DOS FATORES QUE INFLUENCIAM A INSERÇÃO DAS TECNOLOGIAS NO CURRÍCULO PELOS PROFESSORES

Micael Campos da Silva⁵
Francisco Odécio Sales⁶

RESUMO

O presente trabalho discute os fatores que influenciam a inserção das tecnologias no currículo pelos professores. O texto apresenta uma análise crítica sobre o papel do currículo na educação básica e a importância da formação docente na integração das tecnologias no ensino. O artigo destaca as potencialidades e limitações do uso crítico da tecnologia no contexto educacional. Além disso, apresenta as barreiras enfrentadas pelos professores na inserção das tecnologias no currículo, assim como o impacto dessas ferramentas na aprendizagem dos alunos. O texto apresenta também as estratégias utilizadas pelos professores para superar os obstáculos na inserção das tecnologias no currículo, enfatizando a importância da formação continuada e das políticas públicas para fomentar a utilização dessas ferramentas na formação docente. Por fim, o artigo conclui que é fundamental que os professores tenham uma formação adequada e contínua para integrar as tecnologias no ensino de forma crítica e reflexiva. Além disso, ressalta a necessidade de políticas públicas para garantir que as escolas tenham acesso às tecnologias e possam utilizá-las de forma eficaz para aprimorar a qualidade da educação.

Palavras-chave: Tecnologias. Educação. Formação de professores. Barreiras.

INTRODUÇÃO

A formação docente é um dos principais desafios da educação brasileira, especialmente quando se trata da utilização das tecnologias no ensino. O uso de tecnologias no contexto educacional tem se mostrado cada vez mais relevante, visto que elas podem contribuir para aprimorar o processo de ensino e aprendizagem, além de possibilitar novas formas de interação entre alunos e professores.

⁵ Professor da Rede Estadual do Ceará. Mestrando em Tecnologias Educacionais pela Must University (Flórida - USA). Lattes: <https://lattes.cnpq.br/9370389806540408>. E-mail: mycael.campos@gmail.com / micael.silva@prof.ce.gov.br.

⁶ Bacharel e Licenciatura Plena em Matemática. Doutorando em Ensino de Matemática (UFC/CE). E-mail: odecio.sales@ifce.edu.br. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/5358752623192820>.

No entanto, a inserção das tecnologias no currículo pelos professores ainda enfrenta diversas barreiras. Muitos docentes ainda se sentem inseguros e desinformados em relação às tecnologias, além de enfrentarem dificuldades em relação à infraestrutura das escolas e ao acesso às ferramentas tecnológicas.

Diante disso, é fundamental refletir sobre os desafios e possibilidades da formação docente com o uso das tecnologias no ensino. Essa reflexão pode ajudar a identificar estratégias para superar as barreiras enfrentadas pelos professores e promover uma formação adequada e eficaz, que leve em consideração as potencialidades e limitações do uso crítico da tecnologia no contexto educacional.

Nesse sentido, este artigo tem como objetivo analisar os fatores que influenciam a inserção das tecnologias no currículo pelos professores, apresentando uma visão crítica sobre o papel do currículo na educação básica e a importância da formação docente para a integração das tecnologias no ensino.

O artigo está estruturado em quatro partes principais. Na primeira, é apresentada uma reflexão sobre o currículo na perspectiva do professor da educação básica, com o objetivo de superar a desinformação e construir um currículo crítico e participativo.

Na segunda parte, são discutidas as potencialidades e limitações do uso crítico da tecnologia no contexto educacional, com o objetivo de identificar os principais desafios da inserção das tecnologias no currículo.

Na terceira parte, o artigo analisa as barreiras enfrentadas pelos professores na inserção das tecnologias no currículo e o impacto dessas ferramentas na aprendizagem dos alunos. É também discutido o papel da formação docente na integração das tecnologias no ensino.

Por fim, a quarta parte do artigo apresenta estratégias para superar obstáculos e promover o uso das tecnologias no ensino, incluindo as estratégias utilizadas pelos professores, a importância da formação continuada e a necessidade de políticas públicas para fomentar a utilização das tecnologias na formação docente.

A metodologia abrangeu uma revisão bibliográfica sistemática, que envolveu a análise e a interpretação de artigos, livros, teses e dissertações sobre o tema em questão. A partir da revisão bibliográfica, apresenta-se uma análise crítica sobre os fatores que influenciam a inserção das tecnologias no currículo pelos professores, identificando as principais barreiras enfrentadas, o impacto dessas ferramentas na aprendizagem dos alunos e as estratégias para superar os obstáculos e promover o uso das tecnologias no ensino.

O CURRÍCULO NA PERSPECTIVA DO PROFESSOR DA EDUCAÇÃO BÁSICA: SUPERANDO A DESINFORMAÇÃO E CONSTRUINDO UM CURRÍCULO CRÍTICO E PARTICIPATIVO NA EDUCAÇÃO BÁSICA.

O currículo é um elemento central no processo educacional e sua construção é de extrema importância para a formação dos estudantes. No entanto, é comum encontrarmos desinformação e até mesmo equívocos sobre o que é o currículo na perspectiva do professor da educação básica. Isso pode levar à inserção de elementos inadequados no currículo, além de torná-lo um elemento estático, frio e determinístico na educação. Neste texto, buscaremos discutir essas questões com base em diferentes perspectivas acadêmicas.

De acordo com Pimenta e Lima (2012), o currículo é um documento que apresenta as intenções, os objetivos e as diretrizes da escola para a aprendizagem dos alunos. Ou seja, é um instrumento que norteia as atividades pedagógicas desenvolvidas pelos professores em sala de aula. No entanto, para que o currículo seja efetivo, é fundamental que ele seja construído de forma participativa, envolvendo professores, gestores, alunos e comunidade escolar como um todo.

Nesse sentido, é importante destacar que o currículo não pode ser concebido como um elemento estático, mas sim como algo em constante construção e aprimoramento. Como afirma Moreira (2011), o currículo deve ser visto como um processo e não como um produto acabado. Isso significa que ele deve ser flexível e adaptável às mudanças e demandas sociais, econômicas e culturais.

No entanto, a desinformação sobre o que é o currículo pode levar à inserção de elementos inadequados no processo de construção e implementação. De acordo com Souza e Trindade (2018), essa desinformação pode se manifestar de diversas formas, desde a falta de clareza sobre as competências e habilidades a serem desenvolvidas até a inclusão de conteúdos irrelevantes ou desatualizados.

Além disso, é importante destacar que o currículo não pode ser visto como um elemento determinístico na educação, mas sim como um instrumento que deve levar em consideração a diversidade cultural e social dos estudantes. Como afirma Sacristán (2000), o currículo deve ser entendido como um processo de construção cultural que articula o saber acadêmico com o saber social e a cultura dos alunos.

Diante desse contexto, é fundamental que os professores da educação básica tenham clareza sobre o que é o currículo e como ele deve ser construído e implementado. É preciso que haja uma discussão constante e participativa sobre as intenções e objetivos da escola

em relação à aprendizagem dos alunos, levando em consideração a diversidade cultural e social presente na comunidade escolar.

Em suma, o currículo é um elemento central na educação e sua construção deve ser realizada de forma participativa e flexível. A desinformação sobre o que é o currículo pode levar à inserção de elementos inadequados e torná-lo um elemento determinístico na educação. Para evitar esses problemas, é fundamental que os professores estejam engajados no processo de construção e implementação do currículo, levando em consideração a diversidade cultural e social dos estudantes. Como afirma Veiga (2015), o currículo deve ser visto como uma possibilidade de construção do conhecimento e de formação dos sujeitos, e não como uma imposição ou um conjunto de conteúdos a serem transmitidos de forma mecânica.

Portanto, é essencial que os professores tenham uma visão ampla e crítica sobre o currículo, buscando compreender sua importância e papel na educação, mas também buscando superar suas limitações. Como afirma Freire (1996), o currículo não pode ser apenas uma lista de conteúdos a serem transmitidos, mas sim uma oportunidade para que os estudantes possam construir seu próprio conhecimento e desenvolver sua autonomia.

Para que o currículo possa cumprir seu papel na educação, é necessário que haja uma reflexão constante sobre suas intenções, objetivos e diretrizes. Essa reflexão deve ser feita de forma coletiva, envolvendo professores, gestores, alunos e comunidade escolar como um todo. Como afirma Fazenda (2002), o currículo deve ser construído a partir do diálogo entre os diferentes sujeitos envolvidos no processo educacional, levando em consideração as especificidades de cada realidade.

Portanto, é fundamental que os professores estejam engajados no processo de construção e implementação do currículo, buscando compreender sua importância e papel na educação, mas também buscando superar suas limitações. Para isso, é necessário que haja um diálogo constante e participativo entre todos os sujeitos envolvidos no processo educacional, buscando construir um currículo flexível, adaptável e que leve em consideração a diversidade cultural e social dos estudantes. Como afirma Sacristán (2000), o currículo deve ser construído a partir do diálogo entre os saberes acadêmicos e os saberes sociais, levando em consideração as demandas e necessidades da comunidade escolar.

O USO CRÍTICO DA TECNOLOGIA NO CONTEXTO EDUCACIONAL: POTENCIALIDADES E LIMITAÇÕES

A tecnologia é um fenômeno cada vez mais presente na sociedade contemporânea, e não poderia ser diferente na educação. As novas tecnologias têm sido utilizadas no contexto educacional de diversas formas, desde a utilização de computadores e tablets em sala de aula até a implementação de plataformas digitais de ensino. Entretanto, é necessário refletir sobre o que é a tecnologia no contexto educacional e qual é seu papel na formação dos estudantes.

Para Moran (2015), a tecnologia no contexto educacional deve ser vista como uma ferramenta para potencializar o aprendizado dos estudantes, e não como um fim em si mesma. De acordo com o autor, é necessário que os professores compreendam as potencialidades e limitações das tecnologias, buscando utilizá-las de forma consciente e crítica em sua prática pedagógica.

Nesse sentido, é fundamental que os professores busquem compreender não apenas as tecnologias em si, mas também as formas como elas impactam o processo de aprendizagem dos estudantes. Como afirma Almeida (2012), a tecnologia não pode ser vista como uma solução mágica para os problemas educacionais, mas sim como um recurso que pode ser utilizado de forma consciente e estratégica para potencializar o aprendizado dos estudantes.

Entretanto, é importante ressaltar que a utilização das tecnologias no contexto educacional não deve substituir completamente as práticas pedagógicas tradicionais, como a leitura de livros e o diálogo em sala de aula. Segundo Demo (2016), as tecnologias devem ser vistas como um complemento à prática pedagógica tradicional, possibilitando uma maior diversificação de atividades e estratégias de ensino.

Portanto, é fundamental que os professores estejam preparados para lidar com as tecnologias no contexto educacional, buscando compreender suas potencialidades e limitações, e utilizando-as de forma consciente e estratégica para potencializar o aprendizado dos estudantes. Como afirma Kenski (2012), a tecnologia deve ser vista como um recurso pedagógico que pode auxiliar na construção do conhecimento, mas que não deve substituir completamente as práticas pedagógicas tradicionais.

Além disso, é importante destacar que a utilização da tecnologia no contexto educacional também traz consigo desafios e implicações éticas e sociais. Como aponta Selwyn (2016), é necessário refletir sobre como a tecnologia está moldando o futuro da

educação e quais são suas implicações sociais e culturais.

Dessa forma, é fundamental que os professores estejam atentos às implicações da tecnologia na educação, buscando promover um uso crítico e consciente das tecnologias, levando em conta suas implicações sociais, culturais e éticas. Como afirma Valente (2016), é preciso que os professores desenvolvam uma postura crítica e reflexiva em relação às tecnologias, buscando compreender não apenas seus aspectos técnicos, mas também suas implicações sociais e culturais.

FORMAÇÃO DOCENTE, TECNOLOGIAS NO ENSINO E SEUS DESAFIOS: ANÁLISE DAS BARREIRAS E IMPACTOS NA INSERÇÃO DESSAS FERRAMENTAS NO CURRÍCULO

O papel da formação docente na integração das tecnologias no ensino

Os professores são os principais responsáveis por transmitir conhecimento e promover a aprendizagem dos alunos, e precisam estar preparados para usar as tecnologias de forma eficiente e eficaz em sala de aula. É importante que a formação de professores inclua o ensino do uso pedagógico das tecnologias, para garantir que elas sejam utilizadas de forma a maximizar o potencial de aprendizagem dos alunos.

Além disso, a formação docente também é importante para garantir que as tecnologias sejam utilizadas de maneira a promover a inclusão e a igualdade de oportunidades entre todos os estudantes. Para (Fontoura, 2018) por mais que a desconfiança docente com relação ao uso das novas tecnologias venha diminuindo, ainda há muitos desafios para incorporar essas ferramentas de forma efetiva, contribuindo para a aprendizagem dos alunos.

Muitas vezes, alunos de escolas mais afastadas ou de baixa renda têm menos acesso às tecnologias e, por isso, podem ficar atrás em termos de aprendizado. A formação docente pode ajudar os professores a encontrar maneiras de utilizar as tecnologias de forma a minimizar essas desigualdades e garantir que todos os estudantes tenham acesso ao mesmo nível de ensino de qualidade.

É importante destacar que a formação de professores é um processo contínuo e é fundamental que os professores estejam sempre abertos ao aprendizado e à atualização. Isso é especialmente importante no contexto atual, onde as tecnologias estão em constante evolução. A formação de professores é, portanto, parte fundamental da integração das

tecnologias no ensino. É fundamental que seja valorizado e incentivado pelas escolas e sistemas educativos.

As barreiras enfrentadas pelos professores na inserção das tecnologias no currículo

As tecnologias têm um papel cada vez mais importante no ensino, mas a inserção delas no currículo nem sempre é uma tarefa fácil para os professores. Segundo (Públio Júnior, 2018, p. 3) Utilizar essas tecnologias de forma inovadora na prática de sala de aula não significa somente otimizar algumas práticas educativas, substituindo ações manuais por eletrônicas e sim colocar novas formas de vivenciar conhecimento em sala de aula.

Muitos professores já têm uma carga de trabalho exaustiva e podem não ter tempo suficiente para se familiarizar com as tecnologias e incorporá-las em suas aulas. Outra barreira é a falta de recursos. Muitas escolas e professores não têm acesso aos equipamentos e softwares necessários para o uso das tecnologias em sala de aula.

Falta de treinamento também é uma barreira comum. (Viana et al., 2022, p. 72) afirma que o professor precisa vencer o receio de usar as tecnologias em seu trabalho docente e terá que ser responsável por esta ruptura paradigmática a partir da mudança do próprio comportamento. Muitos professores podem sentir-se inseguros ou despreparados para utilizar as tecnologias em sala de aula e podem precisar de treinamento especializado para se sentirem mais confiantes. Ainda segundo (Viana et al., 2022, p.73) Verifica-se que é necessário que o professor supere o método da transmissão de conhecimentos e busque um ensino mais contextualizado, adequado às exigências contemporâneas no mundo do trabalho.

87% dos professores da América Latina usam tecnologia em suas aulas. No entanto, apenas 53% desses professores dizem se sentir preparados para usar essas tecnologias com eficiência. A falta de capacitação é uma das principais barreiras enfrentadas pelos professores no uso das tecnologias no ensino, segundo estudo da UNESCO.

Esses dados sugerem que, apesar de muitos professores estarem utilizando tecnologias em suas aulas, ainda há um longo caminho a ser percorrido para garantir que esses professores estejam realmente preparados e tenham o apoio necessário para utilizar essas tecnologias de maneira eficiente em sala de aula.

O impacto das tecnologias no ensino e na aprendizagem dos alunos

As tecnologias estão tendo um impacto cada vez mais significativo no ensino e na aprendizagem dos alunos. Eles podem ser usados de diferentes maneiras para promover o aprendizado de forma mais eficiente e eficaz. A utilização das novas tecnologias na educação deve estar pautada em concepções de ensino e aprendizagem diferentes daquelas propostas nos modelos curriculares notadamente tradicionais e ultrapassados.

Além disso, as tecnologias também podem ser utilizadas para promover a colaboração e o trabalho em equipe entre os estudantes. Através de ferramentas como fóruns online e plataformas de ensino a distância, os estudantes podem trabalhar em conjunto e trocar ideias e conhecimentos de maneira mais eficiente. (Modelski et al., 2019, p.8) diz que o desafio é justamente transformar informações em conhecimentos, em uma era na qual os acessos à informação são facilitados, cada vez mais, pelo avanço dos serviços que a internet disponibiliza, por meio de artefatos tecnológicos. Isso pode ser especialmente útil para alunos que moram longe uns dos outros ou que têm dificuldades para se encontrar pessoalmente.

É importante lembrar que o uso das tecnologias deve ser feito de forma equilibrada e que elas não devem ser vistas como uma solução mágica para todos os problemas de ensino. A formação de professores é, portanto, um aspecto crucial para o sucesso da integração das tecnologias no ensino. É fundamental que os professores estejam preparados para utilizar a tecnologia de forma pedagógica e eficiente.

SUPERANDO OBSTÁCULOS E PROMOVENDO O USO DAS TECNOLOGIAS NO ENSINO: ESTRATÉGIAS DOS PROFESSORES, FORMAÇÃO CONTINUADA E POLÍTICAS PÚBLICAS

As estratégias utilizadas pelos professores para superar os obstáculos na inserção das tecnologias no currículo

A inserção das tecnologias no currículo escolar tem se tornado cada vez mais importante, uma vez que elas podem ajudar a melhorar a aprendizagem dos alunos e a prepará-los para o mundo atual, cada vez mais digital. No entanto, a introdução dessas tecnologias também pode enfrentar diversos obstáculos, como a falta de preparo dos professores ou o acesso limitado a recursos tecnológicos.

De acordo com (Fontoura, 2018) outro fator que gera insegurança é o medo de a tecnologia atuar como um distrator. No uso da internet, por exemplo, o receio é que os alunos acabem desviando a atenção do conteúdo para as redes sociais. E ainda segundo (Fontoura, 2018) no caso da rede pública, há um problema ainda anterior à apropriação das novas tecnologias: a falta de infraestrutura [...]. Quando a escola dispõe do equipamento, podem surgir novos empecilhos — como a falta de manutenção.

Para superar os obstáculos, é fundamental que os professores adotem estratégias eficazes. Uma dessas estratégias são os treinamentos, que podem ajudar os professores a se sentirem mais preparados e confiantes para usar a tecnologia em suas aulas. Outra estratégia importante é o apoio, seja técnico ou pedagógico. A flexibilidade também é crucial, pois os professores devem estar dispostos a experimentar diferentes abordagens.

É fundamental que os professores planejem cuidadosamente como as tecnologias serão integradas em suas aulas e garantam que elas estejam alinhadas com os objetivos de aprendizagem dos alunos. Dessa forma, eles podem minimizar possíveis obstáculos e garantir que as tecnologias sejam usadas de maneira eficaz.

A importância da formação continuada para a inclusão das tecnologias no ensino

A formação continuada é um processo fundamental para garantir que os professores estejam preparados para efetivamente incluir as tecnologias no ensino. Isso se torna ainda mais importante em um mundo cada vez mais digital, onde as tecnologias estão cada vez mais presentes em nossas vidas. Quando os professores participam de programas de educação continuada, eles têm a oportunidade de conhecer novas ferramentas e plataformas.

Além disso, a formação continuada também pode ajudar os professores a se manterem atualizados sobre as últimas tendências e desenvolvimentos no campo das tecnologias educacionais. (Modelska et al., 2019, p.8) afirma que o desafio é justamente transformar informações em conhecimentos, em uma era na qual os acessos à informação são facilitados, cada vez mais, pelo avanço dos serviços que a internet disponibiliza, por meio de artefatos tecnológicos.

Isso é importante para garantir que os professores estejam preparados para enfrentar os desafios que a educação digital pode trazer e possam oferecer aos seus alunos uma educação de qualidade.

A necessidade de políticas públicas para fomentar a utilização das tecnologias no ensino e na formação docente.

A utilização das tecnologias no ensino pode trazer muitos benefícios para a aprendizagem dos alunos, como aumentar a motivação, a participação e o senso de colaboração. No entanto, para que esses benefícios sejam alcançados, é fundamental que haja políticas públicas que fomentem a utilização dessas tecnologias, tanto no ensino quanto na formação docente. (Públio Júnior, 2018, p.6) diz que os futuros professores devem aprender a usar a tecnologia de tal forma que eles atendam aos padrões de conteúdo e tecnologia, seja para professores seja para alunos.

Muitas escolas, especialmente aquelas em áreas mais vulneráveis, podem não ter acesso a recursos tecnológicos suficientes para implementar essas tecnologias de forma eficaz. Muitos professores podem se sentir inseguros ou despreparados para utilizar a tecnologia em suas aulas. É fundamental que existam programas de educação e treinamento para ajudá-los a se sentirem mais confiantes e preparados.

O Brasil tem uma das taxas mais baixas de uso de tecnologia no ensino entre os países latino-americanos. Em 2015, apenas 15% das escolas brasileiras relataram ter acesso a computadores e internet banda larga. De acordo com o artigo de (Fontoura, 2018) na visão de Edilene von Wallwitz, professora de língua portuguesa e alemão no Colégio Vértice, driblar o problema também passa pela formação docente. “O professor precisa dominar essas ferramentas, participar de cursos, se inteirar a respeito, praticar. É preciso estar embasado para manter a atenção do aluno”, analisa.

Outra questão importante é a segurança e a privacidade dos alunos. É fundamental que haja políticas que garantam que as tecnologias utilizadas em sala de aula sejam seguras e que os dados dos alunos sejam protegidos. Isso é especialmente importante em um mundo cada vez mais preocupado com questões de segurança cibernética.

Por fim, é importante lembrar que as tecnologias só terão um impacto positivo se forem usadas de maneira planejada e integrada ao currículo. É fundamental que haja políticas que promovam o uso dessas tecnologias de maneira alinhada com os objetivos de aprendizagem dos alunos e que incentivem a reflexão e o planejamento cuidadosos por parte dos professores.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em um mundo cada vez mais digital, o uso crítico da tecnologia no contexto educacional se faz fundamental. No entanto, muitos professores ainda enfrentam desafios para utilizar tecnologias de maneira eficaz e inovadora em suas aulas, o que pode ser atribuído à falta de treinamento adequado e à insuficiente infraestrutura tecnológica em algumas escolas. Portanto, é necessário que os governos invistam em políticas públicas que promovam a formação de professores e a inclusão digital das escolas, de forma a garantir o acesso à tecnologia de qualidade e à internet de banda larga para todos.

A formação de professores com o uso de tecnologias no ensino oferece diversas possibilidades, como a personalização do ensino, a diversificação dos recursos didáticos e a promoção de um feedback imediato aos alunos. Dessa forma, o uso crítico da tecnologia no ensino pode contribuir para o desenvolvimento de habilidades e competências necessárias para a vida no século XXI, como a criatividade, a colaboração e a resolução de problemas complexos.

No entanto, é importante destacar que a tecnologia não deve ser vista como uma solução mágica para os problemas educacionais, e sim como uma ferramenta a serviço da aprendizagem significativa. Além disso, é fundamental que os professores possuam uma visão crítica sobre a tecnologia, compreendendo seus potenciais e limitações e buscando sua utilização de maneira ética e responsável.

Portanto, diante das possibilidades e desafios apresentados pelo uso da tecnologia na educação, é necessário que as políticas públicas incentivem a formação de professores e a inclusão digital das escolas, bem como promovam um uso crítico e reflexivo da tecnologia, em prol de uma educação de qualidade e inovadora para todos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Almeida, M. E. B. (2012). **Educação e tecnologia: abordagens críticas**. São Paulo: Editora Unesp.

Demo, P. (2016). **Aprendizagem potencializada pela tecnologia**. Em A. L. A. Machado, V. M. X. de Souza & M. M. C. Branco (Orgs.), *Educação e tecnologia: abordagens críticas* (pp. 45-58). São Paulo: Editora Unesp.

FAZENDA, Ivani Catarina Arantes. **Interdisciplinaridade: história, teoria e pesquisa**. Papirus, 2002.

Fontoura, J. (2018, 9 de maio). **Desafios dos professores para incorporar as novas**

tecnologias no ensino. RFM Editores. <https://revistaeducacao.com.br/2018/05/09/quais-os-desafios-dos-professores-para-incorporar-as-novas-tecnologias-no-ensino/>. Acesso em: 01 de março de 2023.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa.** Paz e Terra, 1996.

Kenski, V. M. (2012). **Educação e tecnologias: o novo ritmo da informação.** Campinas: Papirus.

Modelski, D., Giraffa, L. M. M., & Casartelli, A. d. O. (2019). **Tecnologias digitais, formação docente e práticas pedagógicas.** Educação e Pesquisa, 45. <https://doi.org/10.1590/s1678-4634201945180201>. Acesso em: 31 de janeiro de 2023.

Moran, J. M. (2015). **Ensino e aprendizagem inovadores com tecnologia.** Em S. S. Almeida & V. M. X. de Souza (Orgs.), *Tecnologias digitais e educação: reflexões sobre práticas pedagógicas* (pp. 35-49). São Paulo: Editora Unesp.

Públio Júnior, C. (2018). **O docente e o uso das tecnologias no processo de ensinar e aprender.** Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação, 13(3), 1092–1105. <https://doi.org/10.21723/riaee.v13.n3.2018.11190>. Acesso em: 05 de fevereiro de 2023.

SACRISTÁN, J. Gimeno. **O currículo: uma reflexão sobre a prática.** Artmed, 2000.

Selwyn, N. (2016). **Education and technology: key issues and debates.** London: Bloomsbury Academic.

Valente, J. A. (2016). **Computadores e conhecimento: repensando a educação.** Em A. L. A. Machado, V. M. X. de Souza & M. M. C. Branco (Orgs.), *Educação e tecnologia: abordagens críticas* (pp. 21-44). São Paulo: Editora Unesp.

Viana, M. N. G., Marques, W. R., Branco, T. S. C., Ferreira, F. M., & Paixão, M. d. S. E. (2022). **As dificuldades de aprendizagem discente e as tecnologias educacionais em tempos de pandemia de COVID-19.** Conjecturas, 22(4), 68–81. <https://doi.org/10.53660/conj-643-802>. Acesso em 15 de fevereiro de 2023.

CAPITULO 7

DESIGN THINKING E INOVAÇÃO NA EDUCAÇÃO: COMPETÊNCIAS E DESAFIOS PARA PROFESSORES E ESTUDANTES

Micael Campos da Silva⁷
Francisco Odécio Sales⁸

RESUMO

Este artigo científico apresenta a aplicação do design thinking na educação, destacando os desafios, as habilidades necessárias para aplicá-los e as estratégias para superá-los. A relevância da inovação na educação e a definição de design thinking na educação são apresentadas na introdução do artigo. As habilidades necessárias para aplicar o pensamento de design na educação são descritas abaixo, como empatia, colaboração e pensamento crítico. Em seguida, apresenta os desafios que professores e alunos enfrentam ao aplicar o design thinking, como resistência à mudança e falta de recursos. Estratégias como capacitação de professores e uso de recursos digitais são propostas para superar esses desafios. Além disso, são apresentados exemplos concretos da aplicação do design thinking na educação em diferentes níveis educacionais e áreas do conhecimento. Por fim, este artigo destaca a importância do design thinking para a inovação educacional e como sua aplicação pode contribuir para formar alunos mais criativos, críticos e colaborativos.

Palavras-chave: Design Thinking. Inovação. Educação. Competências. Desafios

INTRODUÇÃO

A inovação é um tema cada vez mais relevante na área da educação, uma vez que se torna necessário pensar em novas formas de ensinar e aprender para atender às demandas do mundo contemporâneo. Nesse sentido, o Design Thinking tem sido uma abordagem bastante difundida, que pode contribuir para a promoção da inovação na educação.

O objetivo deste artigo é discutir a aplicação do Design Thinking na educação, destacando as competências necessárias para sua aplicação e os desafios enfrentados por professores e estudantes nesse processo. Para tanto, utilizou-se como metodologia a revisão bibliográfica, a partir de artigos científicos e livros que abordam o tema.

⁷ Professor da Rede Estadual do Ceará. Mestrando em Tecnologias Educacionais pela Must University (Flórida - USA). Lattes: <https://lattes.cnpq.br/9370389806540408>. E-mail: mycael.campos@gmail.com / micael.silva@prof.ce.gov.br.

⁸ Bacharel e Licenciatura Plena em Matemática. Doutorando em Ensino de Matemática (UFC/CE). E-mail: odecio.sales@ifce.edu.br. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/5358752623192820>.

Segundo Brown (2008), o Design Thinking é uma abordagem que valoriza a criatividade, a colaboração e a empatia na busca por soluções inovadoras para problemas complexos. Essa abordagem tem sido aplicada em diversos campos, incluindo a educação, e pode contribuir para a promoção de uma formação mais criativa e crítica dos estudantes.

Nesse sentido, a importância do Design Thinking na educação pode ser destacada, como afirma Cross (2011, p. 24), a educação precisa se concentrar em fornecer aos alunos as habilidades e atitudes necessárias para trabalhar em ambientes complexos, onde a incerteza, a ambiguidade e a mudança são constantes. O Design Thinking pode ser uma abordagem útil para alcançar esse objetivo.

Dessa forma, a discussão acerca das competências necessárias para a aplicação do Design Thinking na educação e os desafios enfrentados pelos professores e estudantes nesse processo se torna fundamental. O presente artigo busca contribuir para essa discussão, apresentando estratégias para superar os desafios e exemplos concretos de aplicação do Design Thinking na educação.

DESIGN THINKING NA EDUCAÇÃO: DEFINIÇÃO E APLICAÇÃO

O Design Thinking é uma abordagem que se tornou popular no mundo empresarial como uma forma de solucionar problemas complexos e desenvolver produtos inovadores. No entanto, nos últimos anos, o Design Thinking tem sido aplicado na educação, como uma forma de melhorar a aprendizagem dos estudantes e aprimorar o processo educacional.

O Design Thinking é uma abordagem centrada no ser humano que visa solucionar problemas de maneira criativa e inovadora, considerando as necessidades, expectativas e emoções dos usuários envolvidos. Segundo Brown (2009), o Design Thinking é uma abordagem para a inovação centrada nas pessoas que usa métodos e ferramentas de design para integrar as necessidades das pessoas, as possibilidades da tecnologia e os requisitos para o sucesso comercial (p. 1).

Na educação, o Design Thinking pode ser aplicado de diversas formas, como na criação de novos modelos de ensino, no desenvolvimento de currículos mais atrativos e na solução de problemas específicos enfrentados pelos estudantes e professores. Segundo Pereira e De Faria (2018), o Design Thinking pode ser usado como uma abordagem para transformar a educação em um processo mais criativo e colaborativo, em que os estudantes são incentivados a participar ativamente do processo de aprendizagem.

Uma das principais vantagens do Design Thinking na educação é que essa abordagem pode ajudar a desenvolver habilidades importantes para a vida, como a criatividade, o pensamento crítico e a resolução de problemas. Segundo Brown (2009), o Design Thinking pode ser descrito como um processo de aprendizado e desenvolvimento de habilidades criativas que podem ser aplicadas a uma ampla gama de desafios (p. 1). Além disso, o Design Thinking pode ajudar a criar um ambiente de aprendizagem mais colaborativo e inclusivo, em que os estudantes são encorajados a trabalhar juntos para solucionar problemas e atingir objetivos comuns.

No entanto, a aplicação do Design Thinking na educação também pode apresentar alguns desafios. Um dos principais desafios é a resistência à mudança por parte de alguns professores e estudantes, que podem estar acostumados com modelos de ensino tradicionais e ter dificuldades para se adaptar a uma abordagem mais criativa e inovadora. Além disso, a aplicação do Design Thinking requer tempo e recursos adicionais, o que pode ser um obstáculo para escolas com orçamentos limitados.

O Design Thinking é uma abordagem criativa e inovadora que pode ser aplicada na educação de diversas formas. Embora apresente alguns desafios, o uso do Design Thinking na educação pode ajudar a desenvolver habilidades importantes para a vida, além de criar um ambiente de aprendizagem mais colaborativo e inclusivo. Como afirmou Brown (2009), o Design Thinking não é apenas uma maneira de resolver problemas, mas também é uma maneira de pensar sobre os problemas (p. 1).

COMPETÊNCIAS NECESSÁRIAS PARA APLICAR DESIGN THINKING NA EDUCAÇÃO

O Design Thinking é uma abordagem inovadora que tem ganhado cada vez mais espaço no ambiente educacional. Trata-se de uma metodologia que se propõe a solucionar problemas de forma criativa, colaborativa e centrada no usuário. No entanto, para aplicar o Design Thinking na educação, é preciso desenvolver algumas competências específicas. Neste texto, discutiremos algumas dessas competências e a importância delas para a aplicação bem-sucedida do Design Thinking no contexto educacional.

A primeira competência necessária para aplicar Design Thinking na educação é a empatia. Segundo (BROWN, 2008), CEO e presidente da IDEO, o design thinking é uma abordagem humana para a inovação, que começa com o entendimento das necessidades e motivações das pessoas que estamos tentando atender (p. 9). Nesse sentido, é fundamental que os educadores e demais profissionais envolvidos no processo tenham a capacidade de

se colocar no lugar do outro, de compreender suas dores, desafios e necessidades. Sem essa empatia, o Design Thinking perde sua essência, que é justamente a de criar soluções centradas no usuário.

Outra competência importante é a capacidade de trabalhar em equipe. O Design Thinking é uma abordagem colaborativa, que envolve profissionais de diferentes áreas e perfis. Para que a metodologia funcione, é preciso que todos estejam dispostos a trabalhar em conjunto, compartilhando ideias, conhecimentos e habilidades. Como afirma (ARAUJO, 2018), a abordagem colaborativa do Design Thinking permite que os professores trabalhem em conjunto, alavancando seus pontos fortes para atingir objetivos comuns (p. 37).

Outra competência necessária para aplicar o Design Thinking na educação é a criatividade. Essa habilidade é fundamental para a geração de ideias inovadoras e soluções criativas. Como afirma (KELLEY, 2012), fundador da IDEO, todos nascem criativos e, em algum ponto do caminho, perdemos essa capacidade (p. 7). Por isso, é importante que os profissionais envolvidos no processo de aplicação do Design Thinking desenvolvam e estimulem a criatividade, tanto nos alunos quanto entre os membros da equipe.

Além dessas competências, é importante destacar a necessidade de os profissionais envolvidos no processo de aplicação do Design Thinking na educação estarem abertos a mudanças e ao aprendizado contínuo. Como afirma (LIEDTKA, 2018), o Design Thinking é uma abordagem iterativa, que envolve experimentação e aprendizado contínuo (p. 30). Nesse sentido, é preciso estar aberto a testar novas ideias, a errar e a aprender com os erros, sempre buscando melhorar e aprimorar a abordagem.

Diante do lido, pode-se inferir que para aplicar o Design Thinking na educação, é preciso desenvolver competências como empatia, capacidade de trabalhar em equipe, criatividade e abertura ao aprendizado contínuo. Somente assim, será possível aplicar a metodologia de forma eficaz, criando soluções inovadoras e centradas no usuário, que contribuam para a melhoria da educação e para o desenvolvimento dos alunos.

É importante ressaltar que a aplicação do Design Thinking na educação não é uma tarefa fácil. Como afirma (ARAUJO, 2018), o Design Thinking na educação não é uma abordagem pronta e acabada, que pode ser aplicada de forma mecânica e sem adaptação (p. 38). Cada contexto educacional apresenta suas particularidades e desafios, que devem ser considerados na aplicação da metodologia. Assim, é fundamental que os profissionais envolvidos no processo de aplicação do Design Thinking na educação estejam dispostos a adaptar a metodologia às especificidades de cada contexto educacional, buscando sempre aprimorar e evoluir a abordagem.

Em suma, a aplicação do Design Thinking na educação pode ser uma poderosa ferramenta para a solução de problemas e para a melhoria da qualidade da educação. No entanto, para que a metodologia seja aplicada de forma eficaz, é preciso desenvolver competências específicas, como empatia, capacidade de trabalhar em equipe, criatividade e abertura ao aprendizado contínuo. Somente assim será possível criar soluções inovadoras e centradas no usuário, que contribuam para a transformação da educação e para o desenvolvimento dos alunos.

DESAFIOS ENFRENTADOS PELOS PROFESSORES E ESTUDANTES NA APLICAÇÃO DE DESIGN THINKING NA EDUCAÇÃO

O Design Thinking é uma abordagem de resolução de problemas que se concentra na compreensão dos usuários, na identificação de suas necessidades e na criação de soluções inovadoras que atendam a essas necessidades. A aplicação do Design Thinking na educação tem ganhado destaque nos últimos anos, pois pode ajudar a resolver muitos dos desafios enfrentados pelas escolas e universidades. No entanto, essa abordagem não é fácil de ser aplicada, e professores e estudantes enfrentam diversos desafios ao tentarem utilizá-la em suas atividades acadêmicas.

Um dos principais desafios enfrentados pelos professores é a falta de conhecimento sobre a abordagem do Design Thinking. Como afirmam Barros e Carvalho (2018), a maioria dos professores não tem conhecimento suficiente sobre o Design Thinking e não sabe como aplicá-lo em suas atividades de ensino (n.p.). Além disso, muitos professores não têm tempo para aprender sobre o Design Thinking, pois já estão sobrecarregados com suas tarefas diárias.

Outro desafio enfrentado pelos professores é a falta de recursos e ferramentas adequadas para a aplicação do Design Thinking na educação. Segundo Brown (2018), é importante que as escolas e universidades forneçam aos professores as ferramentas necessárias para que eles possam aplicar o Design Thinking em suas atividades acadêmicas (n.p.). Sem esses recursos e ferramentas, os professores têm dificuldades para implementar o Design Thinking em suas aulas.

Por outro lado, os estudantes também enfrentam desafios ao tentarem aplicar o Design Thinking em suas atividades acadêmicas. Um dos principais desafios é a falta de motivação e engajamento dos estudantes. Como afirmam Chang e Dillon (2018), os estudantes muitas vezes não veem a aplicação do Design Thinking em suas atividades

acadêmicas como relevante para suas vidas (n.p.). Isso pode fazer com que eles se sintam desmotivados e desengajados com as atividades propostas pelos professores.

Outro desafio enfrentado pelos estudantes é a falta de habilidades necessárias para a aplicação do Design Thinking. Como afirmam Liedtka e Ogilvie (2019), o Design Thinking envolve habilidades como empatia, observação, colaboração e experimentação, e nem todos os estudantes têm essas habilidades desenvolvidas (n.p.). Isso pode fazer com que eles tenham dificuldades para aplicar o Design Thinking em suas atividades acadêmicas.

Para superar esses desafios, é importante que os professores e as escolas e universidades forneçam aos estudantes os recursos, ferramentas e habilidades necessárias para a aplicação do Design Thinking na educação. Além disso, é importante que os estudantes entendam a importância e relevância do Design Thinking em suas vidas e em suas futuras carreiras. O Design Thinking pode ajudar a resolver muitos dos desafios enfrentados pelas escolas e universidades, como a falta de engajamento dos estudantes, a dificuldade em identificar as necessidades dos usuários e a criação de soluções inovadoras para problemas complexos. Como afirmam Liedtka e Ogilvie (2019), o Design Thinking pode ser uma abordagem valiosa para a educação, pois ensina habilidades importantes, como a resolução de problemas complexos, a colaboração e a criatividade (n.p.).

Porém, para que o Design Thinking seja efetivamente aplicado na educação, é necessário superar os desafios enfrentados pelos professores e estudantes, como a falta de conhecimento, recursos e habilidades. Somente assim será possível criar um ambiente de aprendizagem mais inovador e criativo, que atenda às necessidades dos estudantes e prepare-os para os desafios do mundo moderno.

ESTRATÉGIAS PARA SUPERAR OS DESAFIOS DE APLICAR DESIGN THINKING NA EDUCAÇÃO

O Design Thinking tem sido amplamente aplicado em diversas áreas, incluindo a educação. Esta abordagem inovadora tem o potencial de transformar a maneira como os alunos aprendem e os professores ensinam. No entanto, existem desafios a serem superados para aplicar o Design Thinking na educação.

O primeiro desafio é a resistência à mudança. Para muitos educadores, o ensino tradicional é a única maneira de ensinar. No entanto, o Design Thinking exige uma mudança de mentalidade, onde os professores se tornam facilitadores do aprendizado em vez de fornecedores de conhecimento. Para superar essa resistência, é necessário apresentar a

metodologia com clareza e fornecer exemplos de como ela pode ser aplicada na prática. Como destacado por Brown (2009), a melhor maneira de quebrar a resistência à mudança é demonstrar o sucesso (p. 129).

O segundo desafio é a falta de recursos e tempo. Para aplicar o Design Thinking, é necessário tempo e recursos para preparar atividades e materiais adequados. No entanto, muitas vezes, os professores não têm tempo suficiente para se dedicar à preparação de atividades complexas. Para superar essa dificuldade, é importante oferecer suporte e treinamento aos professores. Como afirmado por Liedtka (2011), é importante investir no treinamento e capacitação de professores e equipe administrativa para garantir o sucesso da metodologia (p. 36).

O terceiro desafio é a falta de envolvimento dos alunos. Muitos alunos estão acostumados com aulas expositivas e podem resistir a um novo método de aprendizado. Para superar essa dificuldade, é importante envolver os alunos desde o início do processo de aprendizagem e fornecer feedback constante. Como destacado por Kelley (2013), é importante que os alunos se sintam parte do processo de aprendizagem e tenham voz e voto na tomada de decisões (p. 137).

O quarto desafio é a falta de aplicação prática. O Design Thinking é uma abordagem prática que requer a aplicação em situações reais. No entanto, muitas vezes, a aplicação do método se limita à sala de aula. Para superar essa dificuldade, é importante conectar os alunos a organizações e comunidades locais para aplicar o que foi aprendido em situações reais. Como afirmado por Ries (2011), a melhor maneira de aprender é colocando em prática o que foi aprendido (p. 87).

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO DE DESIGN THINKING NA EDUCAÇÃO

O Design Thinking tem sido uma metodologia cada vez mais utilizada em diversos setores da sociedade, inclusive na educação. A abordagem centrada no usuário e a busca por soluções criativas e inovadoras têm sido aplicadas para solucionar diversos desafios enfrentados por educadores, estudantes e instituições educacionais.

Uma das principais vantagens da aplicação do Design Thinking na educação é a possibilidade de oferecer soluções personalizadas e adaptadas às necessidades específicas de cada aluno. Segundo Brown (2008), fundador da consultoria de design IDEO, o design thinking permite que as escolas criem soluções personalizadas para as necessidades individuais de cada aluno, em vez de seguir um modelo único e padronizado para todos

(n.p.). Um exemplo de aplicação do Design Thinking na educação pode ser visto no trabalho realizado pela escola pública High Tech High, na Califórnia. A escola utilizou a metodologia para criar um currículo que valorizasse a criatividade, a colaboração e a resolução de problemas. Segundo Kelly (2012) a abordagem do Design Thinking foi aplicada desde a concepção do projeto até a sua implementação, envolvendo educadores, estudantes e pais na criação de um ambiente educacional mais estimulante e desafiador (n.p.).

Outro exemplo interessante de aplicação do Design Thinking na educação pode ser encontrado na iniciativa “Design Thinking for Educators”, desenvolvida pela consultoria de design IDEO em parceria com a fundação Bill & Melinda Gates. Para Ideo (2013) A iniciativa oferece uma série de ferramentas, recursos e exemplos práticos para ajudar educadores a aplicar a abordagem do Design Thinking em suas salas de aula.

Além disso, o Design Thinking tem sido utilizado na educação para o desenvolvimento de soluções tecnológicas que melhorem a experiência de aprendizado dos estudantes. Um exemplo é o trabalho realizado pela Universidade de Stanford, que utilizou a metodologia para criar a plataforma “NovoEd”, que oferece cursos online interativos e personalizados. De acordo com Plattner (2010) a abordagem do Design Thinking permitiu que a equipe responsável pelo projeto entendesse as necessidades dos estudantes e criasse uma solução que atendesse às suas expectativas e demandas (n.p.)

Outro exemplo interessante de aplicação do Design Thinking na educação pode ser visto na Universidade de Stanford, onde os estudantes foram convidados a aplicar a metodologia em um projeto que buscava melhorar a experiência de aprendizado dos alunos em uma disciplina específica. Durante o processo, os alunos entrevistaram professores e colegas para entender as principais dificuldades enfrentadas na disciplina e, em seguida, utilizaram a abordagem do Design Thinking para criar soluções que ajudassem a resolver esses desafios. De acordo com (PLATTNER et al., 2011), como resultado, os alunos criaram um aplicativo que permitia aos estudantes colaborar e compartilhar informações em tempo real, melhorando significativamente a experiência de aprendizado na disciplina (n.p.).

Além disso, o Design Thinking tem sido utilizado na educação para a criação de espaços de aprendizagem mais criativos e inspiradores. Um exemplo é a “School of the Future”, uma escola localizada em Filadélfia que utilizou a abordagem do Design Thinking para criar um ambiente educacional mais estimulante e desafiador. Os estudantes e educadores trabalharam juntos para redesenhar as salas de aula, incluindo a escolha de móveis mais confortáveis e flexíveis, e a criação de espaços de trabalho em grupo. Segundo (WAGNER; DINTO, 2013) a escola também implementou um currículo que valoriza a

criatividade, a colaboração e a resolução de problemas, oferecendo aos estudantes a oportunidade de aplicar a abordagem do Design Thinking em projetos reais (n.p.).

Por fim, é importante destacar que a aplicação do Design Thinking na educação não se limita apenas a instituições de ensino formais. A abordagem pode ser utilizada em diversos contextos, incluindo organizações sem fins lucrativos e programas de desenvolvimento comunitário. Um exemplo é o projeto “Dream School”, desenvolvido pela Fundação Omidyar Network, que utilizou a abordagem do Design Thinking para criar uma escola sem fins lucrativos em Los Angeles, voltada para jovens em situação de risco. Para (D.SCHOOL, 2016) a escola oferece um currículo que valoriza a criatividade, a colaboração e a resolução de problemas, e utiliza a abordagem do Design Thinking para desenvolver soluções inovadoras que ajudem a resolver os desafios enfrentados pelos jovens atendidos pelo projeto.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir da análise dos tópicos abordados neste artigo científico, podemos concluir que a aplicação do Design Thinking na educação apresenta grandes possibilidades de inovação e melhoria dos processos de ensino e aprendizagem. Entretanto, essa abordagem requer o desenvolvimento de competências específicas por parte de professores e estudantes, além da superação de desafios que podem surgir no processo.

Entre as competências necessárias para aplicar Design Thinking na educação, destacam-se a capacidade de colaboração e trabalho em equipe, a habilidade de resolução de problemas complexos, a criatividade e a empatia. Essas habilidades devem ser desenvolvidas e aprimoradas ao longo do processo educacional, de modo que professores e estudantes estejam preparados para enfrentar os desafios que possam surgir.

Dentre os desafios enfrentados pelos professores e estudantes na aplicação de Design Thinking na educação, destacam-se a resistência a mudanças, a falta de tempo e recursos, a falta de conhecimento e a dificuldade de trabalhar com a incerteza. Para superar esses desafios, é necessário adotar estratégias como a capacitação dos professores e estudantes, a criação de espaços e momentos específicos para a prática de Design Thinking, o estabelecimento de parcerias e a valorização da criatividade e inovação.

Para ilustrar a aplicação do Design Thinking na educação, foram apresentados exemplos práticos, que mostram como essa abordagem pode ser utilizada para solucionar problemas complexos e criar soluções inovadoras. Esses exemplos evidenciam a

importância de se adotar uma abordagem colaborativa e centrada no usuário, que considere as necessidades e desejos dos envolvidos no processo educacional.

Diante do exposto, é possível afirmar que o Design Thinking pode ser uma importante ferramenta para a inovação na educação, desde que sejam desenvolvidas as competências necessárias e superados os desafios que possam surgir. A aplicação dessa abordagem pode contribuir para a melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem, promovendo o desenvolvimento de habilidades e competências fundamentais para a vida pessoal e profissional dos estudantes.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAUJO, Kátia Cyrlene de. **Design Thinking na Educação: Novos Caminhos para a Inovação**. São Paulo: Atlas, 2018.

Barros, M. L., & Carvalho, R. G. (2018). **Design thinking na educação: desafios e oportunidades**. Revista de Administração, 53(1), 63-76.

Brown, T. (2009). **Change by design: How design thinking can transform organizations and inspire innovation**. Harper Business.

Brown, T. (2018). **Design Thinking: uma metodologia poderosa para decretar o fim das velhas ideias**. Editora Alta Books.

BROWN, Tim. **Design Thinking**. Harvard Business Review, June 2008.

BROWN, Tim. **Design thinking**. Harvard Business Review, v. 86, n. 6, p. 84-92, 2008.

Chang, J., & Dillon, A. (2018). **Design thinking and student motivation: A mixed-methods study**. Journal of Educational Technology Development and Exchange, 11(1), 1-14.

CROSS, Nigel. **Design thinking: understanding how designers think and work**. Oxford: Berg, 2011.

D.SCHOOL. **Dream School**. Disponível em: <https://dschool.stanford.edu/resources/dream-school>. Acesso em: 06 de Abril de 2023.

IDEO. **Design Thinking for Educators Toolkit**. 2013. Disponível em: <https://www.designthinkingforeducators.com/>. Acesso em: 06 de Abril de 2023.

Kelley, D. (2013). **Creative confidence: Unleashing the creative potential within us all**. Crown Business.

KELLEY, David. **Creative Confidence**. New York: Crown Business, 2012.

KELLEY, David. **Creative Confidence: Unleashing the Creative Potential Within Us All**. New York: Crown Business, 2012.

Liedtka, J. (2011). **Perspective: Linking design thinking with innovation outcomes through cognitive bias reduction**. Journal of Product Innovation Management, 28(3), 381-383. doi: 10.1111/j.1540-5885.2011.00806.x

Liedtka, J., & Ogilvie, T. (2019). **Designing for growth: A design thinking toolkit for managers**. Columbia University Press.

LIEDTKA, Jeanne. **A Estratégia do Design Thinking: Como a Inovação Pode Impulsionar a Competitividade Empresarial**. Porto Alegre: Bookman, 2018.

Pereira, G. C., & De Faria, J. C. (2018). **Design thinking na educação: Uma análise de sua aplicação e potencial**. In Anais do VIII Congresso Internacional de Design da Informação (pp. 245-251). PUC-Rio.

PLATTNER, Hasso et al. **Design Thinking for Innovation**. Springer, 2011.

PLATTNER, Hasso. **Design Thinking: Understand – Improve – Apply**. Springer, 2010.

Ries, E. (2011). **The lean startup: How today's entrepreneurs use continuous innovation to create radically successful businesses**. Crown Business.

WAGNER, Tony; DINTO, Ted. **Creating Innovators**. Scribner, 2013.

CAPITULO 8

INVESTIGAÇÕES EM REGULARIDADES ATRAVÉS DE PROBLEMAS COM PADRÕES E SEQUÊNCIAS

Rildo Alves do Nascimento

RESUMO

O Objetivo Geral desta Pesquisa é Analisar as contribuições da utilização de padrões e sequências, investigando as regularidades em problemas e aplicações. A exploração de padrões permite o desenvolvimento do pensamento algébrico ou, mais especificamente, o sentido do símbolo, ao proporcionar que os alunos utilizem diferentes representações, identifiquem e generalizem relações, analisem os seus significados e tomem consciência da importância da verificação de dados. O uso de padrões em atividades algébricas permite que eles expressem seu modo de pensar e principalmente induzem o pensamento algébrico, levando-os a traçarem conjecturas e generalizações. O trabalho com padrões proporciona um conhecimento vasto na área da Matemática, se constituem de elementos comuns a outros conteúdos e se tornam uma forma eficaz de promover o pensamento algébrico.

Palavras-chave: Generalização. Investigação. Regularidades.

INTRODUÇÃO

No Ensino de Álgebra, um dos cinco Eixos Temáticos da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), durante os primeiros cinco primeiros anos do Ensino Fundamental, o pensamento algébrico é proposto para ser explorado em relação à percepção e o estabelecimento de padrões e regularidades, sem explorar as operações algébricas propriamente ditas. Nos quatro anos seguintes, a ênfase está no desenvolvimento da capacidade dos alunos em resolver e criar situações-problema utilizando o pensamento algébrico, sendo introduzidas paulatinamente as ferramentas conceituais e de linguagem algébrica.

Nesse sentido, há diversos trabalhos que mostram a importância de relacionar Álgebra com Aritmética quando se faz a introdução à Álgebra. Por exemplo, propondo o trabalho com sequências numéricas (CASTRO et al, 2021) ou com padrões geométricos (MODANEZ, 2003; BRANCO, 2008; THEODOROVSKI e OLIVEIRA, 2020; DE OLIVEIRA e GONÇALVES, 2021). A ideia é mobilizar conhecimentos prévios dos alunos para então

apropriar-se da potencialidade das novas linguagens e ferramentas no reconhecimento, registro e exploração de padrões e regularidades matemáticas.

Para esse fim, tem sido proposta a utilização da investigação matemática em sala de aula, em dois sentidos distintos mas relacionados: como forma de o professor investigar a própria prática (CARARO et al, 2020) e como uma forma alternativa de ensino importante para trazer à tona aspectos muitas vezes esquecidos da Matemática (CUNHA, 2009; DA SILVA, 2020.). Desse modo, a investigação matemática possibilitaria uma aprendizagem que tenha como base a construção de um conhecimento no qual o processo de argumentação e validação seja tão importante quanto a obtenção de resultados, o que pressupõe também o envolvimento do professor investigador do seu próprio fazer pedagógico.

A matemática em sua fase escolar é destinada a todos e por isso torna-se ocasião singular para a formulação e resolução de problemas, formulação de dúvidas e elaboração de perguntas. A matemática é uma construção em permanente evolução, fato esse que pode estar explícito e incorporado ao currículo escolar: “A inquirição e a investigação devem ocupar um lugar central no currículo de matemática” (ERNEST, 1996, p. 28).

Nesse sentido, pesquisadores têm dado ênfase à importância da inserção de atividades investigativas nos currículos escolares que demandem novas posturas e provoquem novos olhares sobre a aula de Matemática (FIORENTINI et al, 2005, PONTE et al, 2009, SANTOS et al, 2020).

Na investigação matemática, é explorada a importância da problematização, sendo proposto que no processo de ensino e aprendizagem se dê lugar à atividade investigativa. E investigar é buscar conhecer e compreender o que não se sabe:

Investigar não significa necessariamente lidar com problemas na fronteira do conhecimento nem com problemas de grande dificuldade. Significa, apenas, trabalhar a partir de questões que nos interessam e que apresentam inicialmente confusas, mas que conseguimos clarificar e estudar de modo organizado (PONTE, 2003, p.2).

Isso se traduz na ideia de que saber Matemática corresponde a fazer Matemática (CUNHA, 2009, p. 17). Para Ponte (2003), o processo da investigação matemática está relacionado a esse fazer, pois proporciona uma experiência tanto na matemática, quanto na formação do pensamento matemático, que está relacionado à:

Quadro: Momentos de uma investigação

Exploração e Formulação de Questões	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer uma situação problemática, explorar a situação problemática. • Explorar a situação problemática. • Formular questões.
Conjecturas	<ul style="list-style-type: none"> • Organizar dados. • Formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura).
Testes e Reformulação	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar testes. • Refinar uma conjectura.
Justificação e Avaliação	<ul style="list-style-type: none"> • Justificar uma conjectura. • Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio.

Fonte: (PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2009, p. 21).

Com essas considerações, partimos para a investigação da própria prática docente. Seguimos, nesta atividade exploratória, essas três etapas:

O planejamento que fundamenta e subsidia o trabalho; a aplicação, que é momento de interação entre professor e os estudantes e a análise e interpretação dos dados, momento no qual que o professor realiza a pesquisa da própria prática (SANTOS et al, 2020, p. 305).

O problema de pesquisa é: Quais contribuições a utilização de padrões e sequências pode possibilitar ao estudante através da observação de regularidades?

Em busca de resposta ao problema de pesquisa, serão determinadas as estratégias e os procedimentos a fim de verificar se, de fato, a utilização de padrões e sequências, potencializa uma aprendizagem com compreensão e significado.

Nessa perspectiva, acredita-se que a introdução ao pensamento algébrico pode ser atingida se a sequência de ensino:

- Explorar atividades que inter-relacionem diferentes aspectos da Álgebra, como resolução de problemas;
- Propiciar situações em que o aluno possa investigar padrões, tanto em sucessões numéricas quanto em representações algébricas e geométricas, identificando suas estruturas, para que possa descrevê-las simbolicamente;
- Identificar padrões que permitam a construção de noções algébricas pela observação de regularidades, e não somente manipulações mecânicas de expressões algébricas.

REFERENCIAL TEÓRICO

Compartilhamos da ideia de Lopes (2012), ao expressar que na Matemática é do nosso espírito procurar por relações. Genericamente, o padrão é usado quando nos referimos a uma disposição ou arranjo de números, formas, cores ou sons onde se encontram regularidades, dessa forma os padrões podem ser utilizados para desenvolver o raciocínio matemático e principalmente o pensamento algébrico (VALE, 2013). Podemos encontrar através de padrões atividades que envolva os alunos a procurem alguma regularidade e que os permita chegar num processo de generalização.

Sequências, padrões e regularidades, são termos que encontramos com bastante frequência na unidade temática Álgebra, presente na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e se constituem como objetos de conhecimentos a serem desenvolvidos já nos primeiros anos do Ensino Fundamental.

São termos concebidos antes mesmo da linguagem simbólica. Historicamente as sequências estão relacionadas ao sistema de contagem e ao desenvolvimento dos sistemas de numeração (OLIVEIRA, 2011, p.11). Assim, a ideia de traçar padrões para situações cotidianas, já era uma situação realizada por civilizações mais antigas.

Essa mesma autora, salienta que no Egito havia a necessidade de prever os períodos das enchentes, por isso criaram um padrão para que as águas do rio Nilo não afetassem a plantação, assim perceberam que o rio subia depois que a estrela síria se levantasse a leste, fato que ocorria a cada 365 dias. Construíram assim um calendário e dividiram em três estações com quatro meses cada uma: período de semear, período de crescimento e período de planta. Os babilônios registravam quadrados e cubos de números inteiros em tábuas. Já os gregos faziam uso de sequências numéricas notáveis, como o Crivo de Eratóstenes que é utilizado para determinar a sequência de números primos.

O estudo de padrões e regularidades é central em matemática e, naturalmente, atividades envolvendo padrões e regularidades atravessam o currículo dos três ciclos de educação básica. O campo dos números é propício a este tipo de atividades, as quais contribuem para desenvolver o raciocínio e estabelecer conexões entre as diversas áreas da matemática. (ABRANTES; SERRAZINA; OLIVEIRA, 1999, p.49).

Por se tratar de um elemento comum no dia a dia, principalmente pelo que nos chama a atenção através do olhar, trabalhar com padrões pode proporcionar uma aprendizagem com mais significado. Desta maneira, a Matemática se torna mais atrativa aos olhos dos estudantes e assim, são instigados pelo espírito investigativo.

O documento elaborado pelo Ministério da Educação – MEC, elementos conceituais e metodológicos para a definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental (BRASIL, 2012), expõe a Matemática como um campo que comporta relações e que nos permite generalizar, o que favorece estruturar pensamentos e desenvolver o raciocínio lógico. Assim traz como o segundo direito de aprendizagem e desenvolvimento da área da Matemática:

II. Reconhecer regularidades em diversas situações, de diversas naturezas, compará-las e estabelecer relações entre elas e as regularidades já conhecida. Assim é exposto ainda segundo o documento citado, que:

A Matemática comporta um amplo campo de relações, regularidades e coerências que despertam a curiosidade e instigam a capacidade de generalizar, projetar, prever e abstrair, favorecendo a estruturação do pensamento e o desenvolvimento do raciocínio lógico (BRASIL, 2012, p. 67).

Segundo Vale et al. (2011), a descoberta de padrões contribui para o desenvolvimento da abstração e de outras capacidades matemáticas, particularmente para o pensamento algébrico. Nesse sentido, o artigo destaca a presença dos padrões na natureza e no cotidiano das pessoas, enfatizando sua importância para uma aprendizagem de Matemática com significado; e aprofunda o que é a generalização de padrões, como esta ocorre e sua relação com o pensamento algébrico.

Na sequência, o artigo aborda os padrões presentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas, descrevendo como os autores definem essas sequências e esclarecendo sobre o motivo presente em sequências repetitivas ou a relação recursiva presente em sequências recursivas. Abrange ainda exemplos de sequências descritas por pesquisadores como Vale et al. (2011), Vale e Pimentel (2013), Van de Walle (2009) e também as sequências encontradas em livros didáticos, aprovados pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) 2019 a 2022 para os Anos Iniciais, apontando como essas sequências podem ser trabalhadas em processos de ensino e de aprendizagem, de modo que os alunos consigam desenvolver a generalização e, por consequência, o pensamento algébrico.

Segundo Vale et al. (2011, p. 9), “padrão é usado quando nos referimos a uma disposição ou arranjo de números, formas, cores ou sons onde se detectam regularidades”. Com base nessa definição, podemos concluir que o padrão é composto por regularidades, ou seja, regularidades em uma sequência, estabelecem um padrão.

Padrões matemáticos são encontrados na natureza em uma diversidade de exemplos, conforme Vale et al. (2007, p. 4):

Vários fenômenos ou ocorrências naturais ou não, explicam-se, através de padrões matemáticos. É o caso do padrão da pelagem dos animais. Também a disposição das folhas no caule de algumas plantas, como o aipo ou a tabaqueira segue os números de Fibonacci. O mesmo se passa com as espirais do ananás ou da pinha, que se relacionam com a série de Fibonacci. Também num girassol se podem encontrar relações com a série de Fibonacci. Nas asas das borboletas podem-se identificar padrões geométricos, o mesmo acontecendo nas plumas do pavão e nas células de uma colmeia. A couve-flor é um exemplo real de um fractal – padrão decrescente. Uma estrela, ao sucumbir, produz dois clarões que são simétricos. Assim como é possível identificar rotações e simetrias numa maçã. (VALE et al., 2007, p. 4).

O estudo com padrões tem por finalidade envolver o aluno com a disciplina de Matemática, tornando a aprendizagem mais significativa porque está associada a experiências e realidades vivenciadas pelos estudantes. Vale et al. (2011, p. 14) destacam que: “Uma aula de Matemática bem sucedida baseia-se em tarefas ricas e significativas, em que o professor consegue construir um ambiente de aprendizagem estimulante e capaz de criar múltiplas oportunidades de discussão e de reflexão entre os alunos”. Segundo eles:

Os padrões permitem que os estudantes construam uma imagem mais positiva da Matemática porque apelam fortemente a que desenvolvam o seu sentido estético e a criatividade, estabeleçam várias conexões entre os diferentes temas, promovam uma melhor compreensão das suas capacidades matemáticas, desenvolvam a capacidade de classificar e ordenar informações e compreendam a ligação entre a Matemática e o mundo em que vivem. (VALE et al. 2011, p. 10).

Vale et al. (2011, p. 9) ressaltam que o uso de padrões é um importante componente da atividade Matemática, porque eles permitem conjecturar e generalizar. O estudo de padrões contribui, “apoiando a aprendizagem dos estudantes para descobrirem relações, encontrarem conexões, fazerem conjecturas, previsões e também generalizações”. As autoras Vale e Pimentel (2011, p. 1) apostam no trabalho com padrões, sugerindo que ele deveria ser central em todos os temas, uma vez que:

Muito do insucesso em Matemática deve-se ao fato de os alunos recorrerem apenas à memorização e não à compreensão. O primeiro passo para aprender a pensar matematicamente é aprender a descobrir padrões e estabelecer conexões. A procura de padrões deve constituir o núcleo das aulas em todos os temas, já que eles surgem nas fórmulas que descobrimos, nas formas que investigamos e nas experiências que fazemos. (VALE; PIMENTEL, 2011, p. 1).

Devlin (2002, p. 9), continua sua análise afirmando que “a Matemática é a ciência dos padrões”. Segundo o autor, essa Ciência busca por todo tipo de padrão e o trabalho de um matemático é analisar os diferentes padrões que podem ser encontrados. Eles podem ser:

[...] padrões numéricos, padrões de forma, padrões de movimento, padrões de comportamento etc. Esses padrões tanto podem ser reais como imaginários, visuais ou mentais, estáticos ou dinâmicos, qualitativos ou quantitativos, puramente utilitários ou assumindo um interesse pouco mais que recreativo. Podem surgir a partir do

mundo à nossa volta, das profundezas do espaço e do tempo, ou das atividades mais ocultas da mente humana. (DEVLIN, 2002, p. 9).

Assim, podemos constatar que existe uma infinidade de padrões de interesse da Matemática e de outras áreas do conhecimento. É importante destacar que, segundo a literatura matemática, a qual teve-se acesso, não há uma definição exata para padrão. Para Hanke (2008, p. 64), os padrões “são encontrados na natureza, na Física, na Biologia, na Geografia, na Arte, etc”. Embora a autora afirme que não existe uma definição precisa para padrão, por meio de um exemplo ela caracteriza, de forma intuitiva, essa ideia:

[...] quando Pitágoras intui que em todo triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é a soma dos quadrados dos catetos, suas primeiras argumentações partem de observações, análise, identificação de regularidades, intuição e a construção de um padrão. Somente mais tarde é que ele conclui seu trabalho com uma demonstração sistematizada. Na física, quando Galileu desperta para o fato de que todos os objetos caem em direção ao solo (regularidade), isso o conduz à ideia da gravidade. Essas e inúmeras outras situações revelaram um padrão. (HANKE, 2008, p. 63).

A partir desse exemplo, podemos inferir que os padrões remetem a certos tipos de regularidades, as quais a priori são apenas observadas para, posteriormente, serem demonstradas e/ou generalizadas. Hanke (2008, p. 65) diz que “os nossos olhos são capazes de visualizar vários tipos de padrões: de formas e de figuras”.

Ao visualizarmos uma estrela-do-mar, por exemplo, analisamos um padrão geométrico. A coreografia de hip hop apresenta padrão de movimento e até mesmo a arte milenar do crochê apresenta certos tipos de padrões. Assim, é possível observar grande variedade de padrões presentes no mundo. Deste modo, ao delimitar os padrões, no campo da Matemática, Hanke (2008, p. 67) afirma que “dentro da Matemática, encontramos várias estruturas de padrões que, de acordo com suas características e particularidades, podem ser categorizados em numéricos, visuais, geométricos, figurativo-numérico, geométrico numérico etc.”.

Hanke (2008, p. 69), enfatiza em seu artigo a relevância do uso de padrões sinalizando que:

Conduzir o ensino da matemática a partir de experiências com padrões é uma tentativa de torná-lo mais significativo, de fazer o aluno vivenciar o processo de construção da matemática privilegiando o desenvolvimento do pensamento algébrico e a criação de uma linguagem simbólica. (HANKE, (2008, p. 69).

Os pontos apresentados pela autora são de relevância dentro do conteúdo algébrico, uma vez que o processo de ensino e aprendizagem de Álgebra está voltado para a construção de uma linguagem simbólica mais significativa para o aluno, por meio do

desenvolvimento do pensamento algébrico. Deste modo, podemos pensar que a inclusão de tais padrões podem ser importantes para a melhoria da qualidade educacional no ensino de matemática voltada à aprendizagem algébrica.

Por sua vez, Branco (2008, p. 175) alega que o uso de padrões ajuda na “compreensão das variáveis e equações”, além de promover o desenvolvimento do pensamento algébrico. De acordo com a autora, a utilização desses padrões auxilia, também, na significação de expressões e de suas estruturas e na significação dos símbolos algébricos. Branco (2008), acrescenta que com a utilização dos padrões figurativo-numéricos, os estudantes poderão identificar regularidades e sistematizá-las para a linguagem algébrica, mediante a orientação do professor. Para a autora, nesta situação didática, o professor torna-se o elemento-chave na promoção e no desenvolvimento do pensamento algébrico, uma vez que ele poderá elaborar várias sequências didáticas para atingir esses propósitos. Perez (2006), em conformidade com Vale e Pimentel (2005), observa que:

Por meio da análise de resultados, constatou-se que os alunos pesquisados tiveram uma imagem mais positiva da matemática, tendo oportunidade de desenvolver o conhecimento sobre novos conceitos. Experimentaram o poder e a utilidade dela para desenvolver o conhecimento sobre novos conceitos; evidenciar como os diferentes conhecimentos matemáticos se relacionam entre si e muitas vezes até em outras matérias e tiveram a oportunidade de melhorar a compreensão do sentido de Álgebra. (PEREZ, 2006, p. 114).

Os padrões são a essência da Matemática e a linguagem na qual esta é expressa. A Matemática é a ciência que analisa e sintetiza tais padrões (SANDEFUR; CAMP, 2004). Considerar a Matemática a ciência dos padrões não será uma má descrição, não só porque os padrões se encontram em várias formas no mundo que nos rodeia e ao longo da matemática escolar mas porque, também, podem constituir um tema unificador.

A interação dos padrões com a Álgebra é um domínio privilegiado. Em primeiro lugar porque irá permitir que a descoberta assuma um papel fundamental na sua aprendizagem. Outra razão muito importante é que é esta ligação que permite pensar no estudo da Álgebra desde o pré-escolar.

Em síntese, os padrões podem ser um ótimo veículo para uma abordagem poderosa à Álgebra, sobretudo nos primeiros anos, como suporte do pensamento pré-algébrico. Para isso, é necessário que os nossos alunos tenham contacto com experiências algébricas informais que envolvam a análise de padrões e relações numéricas e a sua representação e generalização por meio de diferentes processos.

A Álgebra pode ser definida como um sistema matemático utilizado para generalizar algumas operações matemáticas permitindo que letras ou outros símbolos substituam os números. Nesta conformidade está Tall (1992) e Rivera (2006) quando referem que a Álgebra deve ser vista como “a generalização da aritmética” partindo da procura de padrões numéricos, com o objetivo de encontrar propriedades invariantes e relações.

O aluno competente algebricamente percebe a relação existente entre objetos e consegue raciocinar sobre essas relações de uma forma geral e abstrata (PONTE, 2006).

Um aluno que não consiga fazer conexões e que não entenda essas relações é forçado a “decorar” regras algébricas sem nunca as conseguir justificar (LANNIN, 2004).

As opções curriculares de hoje afastam-se da simples memorização e da aplicação, pura, de técnicas de cálculo, para se centrarem na apropriação de aspectos essenciais dos números e suas relações (PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2003, p. 64). Numa perspectiva semelhante, Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999), referem a importância dos alunos reconhecerem regularidades em matemática, por exemplo através de investigações de padrões em sequências numéricas e geométricas, formulando as suas generalizações.

MATERIAS E MÉTODOS

Na pesquisa, de natureza aplicada, exploratória, será utilizada a concepção de pesquisa qualitativa, que tem o ambiente natural como fonte de pesquisa, segundo Bogdan e Biklen (1994).

De acordo com Santos (2000), a pesquisa acadêmica é “uma atividade pedagógica que visa despertar o espírito de busca intelectual autônoma [...], a pesquisa acadêmica é, antes de tudo, exercício, preparação” (SANTOS, 2000, p. 24).

Para o desenvolvimento da pesquisa, será utilizada a concepção de pesquisa qualitativa, que tem o ambiente natural como fonte de pesquisa, segundo Bogdan e Biklen (1994).

Para que o processo de análise de conteúdo seja bem-sucedido, Bardin (1985) recomenda que o pesquisador faça reiteradas leituras dos registros escritos (textos), de modo que evidencie os elementos comuns divergentes subjacentes aos discursos, os quais permitem estabelecer relações e promover compreensões acerca do objeto de estudo.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Vale e Pimentel (2005) listam, em sua pesquisa, algumas contribuições que o padrão figurativo-numérico e outros podem proporcionar aos estudantes na aprendizagem de Álgebra. De acordo com os autores, as potencialidades desse padrão consistem em:

- Experienciar o poder e a utilidade da matemática e desenvolver o conhecimento sobre novos conceitos;
 - Evidenciar como os diferentes conhecimentos matemáticos se relacionam entre si e com outras áreas do currículo;
 - Promover o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos tornando os bons solucionadores de problemas e pensadores abstratos;
 - Melhorar a compreensão do sentido do número, da Álgebra e conceitos geométricos.
- (VALE; PIMENTEL, 2005, p. 16).

A procura de padrões familiariza os alunos com as relações, desenvolve a comunicação matemática, ajuda a criar hábitos de investigação e permite aos professores personalizar, adequando cada tarefa às dificuldades de cada um dos seus alunos (CHAPIN, 1998).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Álgebra não se define apenas com notações simbólicas, nem se traduz em um único conceito. É de suma importância atrelar a Matemática ao cotidiano dos alunos, partindo de algo comum e visivelmente perceptível ao cotidiano. Pois a Matemática uma ciência que lida com padrões, a exemplo, nos deparamos com mosaicos e elementos presentes na natureza, nas melodias presentes nas músicas e até mesmo em alguns jogos matemáticos.

A interação dos padrões com a Álgebra é um domínio privilegiado. Em primeiro lugar porque irá permitir que a descoberta assuma um papel fundamental na sua aprendizagem. Outra razão muito importante é que é esta ligação que permite pensar no estudo da Álgebra desde o pré-escolar.

Em síntese, os padrões podem ser um ótimo veículo para uma abordagem poderosa à Álgebra, sobretudo nos primeiros anos, como suporte do pensamento pré-algébrico. Para isso, é necessário que os nossos alunos tenham contacto com experiências algébricas

informais que envolvam a análise de padrões e relações numéricas e a sua representação e generalização por meio de diferentes processos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABRANTES, P., SERRAZINA, L.; OLIVEIRA, I. (1999). **A matemática na educação básica**. Lisboa: Ministério da Educação.

BARDIN, L. *Análise de Conteúdo*. Lisboa: Edições 70, 1985.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução a teoria e aos métodos. Tradução: ALVAREZ, M. J.; SANTOS S. B. dos; BAPTISTA T. M. Porto: Porto Editora, 1994.

BORGES, M. F.; ALMEIDA, F. M. de; BROLEZZI, A. C. **Investigando o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de sequências de padrões geométricos em Mirassol – MT**. Boletim Cearense de Educação e História da Matemática – BOCEHM. Volume 08, Número 24, 104 – 118, 2021.

BORRALHO, A.; BARBOSA, E. **Pensamento algébrico e exploração de padrões**. 2009. ProfMat 2009 Encontro Nacional de Professores de Matemática (Conferência com Discussão 3). Viana do Castelo: APM.

BRANCO, N. C. V. **O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico**. 2008. 241f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2008.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997. **Elementos conceituais e metodológicos para a definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do ensino fundamental**. Brasília: MEC/SEF, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. Governo Federal. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC**. Versão para impressão. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 16 mar. 2018.

CARARO, E. F. F. et al. **Metodologias de pesquisa em investigação sobre a formação de professores que ensinam matemática**. Hipátia: São Paulo, v. 5, n. 1, p. 143-154, 2020.

CASTRO, K. O.; DIAS, M. A. O trabalho com regularidades e padrões nos 6º e 7º anos do Ensino Fundamental. In: NAVARRO, E. R. e SOUSA, M.C. (Org.). *Educação Matemática em pesquisa-perspectivas e tendências*. 1ed. Guarujá-SP: Editora Científica Digital, 2021, v. 2, p. 305-318.

CHAPIN, S. (1998). **Mathematical Investigations**. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(5), 332-338.

CUNHA, D. S. I. *Investigações geométricas: desde a formação do professor até a sala de aula de Matemática*. Rio de Janeiro: UFRJ: 2009.

DA SILVA, A. P.; DE CARVALHO, G. S.; DOS SANTOS, M. L. T. **Investigação matemática em sala de aula**. *Brazilian Journal of Development*, v. 6, n. 10, 2020.

DE OLIVEIRA, E. J.; GONÇALVES, T. M. N. **Uma proposta de atividades para minimizar as dificuldades na aprendizagem de álgebra**. Brazilian Journal of Development, v. 7, n. 1, p. 10849-10863, 2021.

DEVLIN, K. (2002). **Matemática: a ciência dos padrões**. Porto: Porto Editora.

ERNEST, P. Investigações, resolução de problemas e pedagogia. In: ABRANTES, P. et al. **Investigar para aprender matemática. matemática para todos – investigações na sala de aula**. Associação de professores de matemática. 1996.

FIORENTINI, D. et al. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. In: Seminário Luso-Brasileiro de Investigações Matemáticas no currículo e na formação do professor, 2005, Lisboa. Anais. Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/seminario_lb.htm. Acesso em: 13 mar. 2019.

HANKE, T. A. F. **Padrões de regularidades: uma abordagem no desenvolvimento do pensamento algébrico**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, PUC – MG, 2008.

JUNGBLUTH, A.; SILVEIRA, E.; GRANDO, R. C. **O estudo de sequências na educação algébrica nos anos Iniciais do ensino fundamental**. Educação Matemática Pesquisa – EMP. São Paulo, v.21, n.3, pp. 96-118, 2019.

LANDGRAF, A. da S.; JUSTULIN, A. M. **A exploração do pensamento algébrico através da resolução de problemas: um curso de extensão**. Londrina – PR, 2021.

LANNIN, J. K. (2004). **Developing mathematical power by using explicit and recursive reasoning**. Mathematics Teacher, 98(4), 216-223.

LIMA, G. L. de; BIANCHINI, B. L. **Reflexões sobre o ensino e a aprendizagem de álgebra a partir das produções do GT04 da SBEM**. Educação em Revista|Belo Horizonte|v.38|e24723|2022.

LOPES. T. **Padrões e regularidades no ensino básico**. Departamento de Matemática, p.1-33, 2012.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. de. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1996. 99p.

MODANEZ, L. **Das sequências de padrões geométricos à introdução ao pensamento algébrico**. Dissertação de Mestrado, PUC-São Paulo, Brasil. 2003.

NCTM. **Principles and standards for school mathematics**. Reston, VA: NCTM. 2000.

PEREZ, E. P. Z. **Alunos do ensino médio e a generalização de padrão**. PUC - São Paulo, 2006 (Dissertação de mestrado).

PONTE, J. P., et al., **Investigações matemáticas na sala de aula**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora. 2009.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica Editora. 2003.

PONTE, J. P. **Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal**. Investigar em Educação, Lisboa: APM, 2003.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. (2003). Investigações no currículo. In: J. P. PONTE, J. Brocardo e Oliveira, H. (Ed.), **Investigações matemáticas na sala de aula**. (pp.55-70). Belo Horizonte: Autêntica.

- PONTE, J. P. (2005). **Álgebra no currículo escolar**. Educação e Matemática, 85, 36-42.
- PONTE, J. P. (2006). Números e Álgebra no currículo escolar. Em I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos e P. Canavarró (Org), Números e Álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores. (pp. 5-27). Lisboa: **Secção de educação matemática da sociedade portuguesa de ciências da educação**.
- PONTE, J. P., et al. **Álgebra no ensino básico**. Ministério da Educação de Portugal, 2009.
- PONTE, J. P. et al. **Sequências e funções**: materiais de apoio ao professor. Tarefas para o 3.º ciclo – 7.º ano. Lisboa: DGIDC – ME. 2009.
- REIS, J. P. C. dos; SILVA, R. C. da; SANTOS, G. M. T. dos. **Educação algébrica**: o uso de padrões figurativo-numéricos como recurso didático-pedagógico para os anos finais do ensino fundamental. Brazilian Electronic. Journal Mathematics, Ituiutaba – MG, v.2 - n.4, jul/dez 2021, p. 24 - 41.
- RIVERA, F. (2006). **Changing the face of arithmetic**: Teaching Children Algebra. Teaching Children Mathematics, Fevereiro 2006, 306-311.
- SANDEFUR, J.; CAMP, D. (2004). **Patterns**: Revitalizing Recurring Themes in School Mathematics. Mathematics Teacher, 98(4), 211.
- SANTOS FILHO, J. C. Pesquisa quantitativa versus pesquisa qualitativa. In: SANTOS FILHO, J. C.; GAMBOA, S. S. **Pesquisa educacional: quantidade-qualidade**. São Paulo: Cortez, 2000.
- SANTOS, M. C. C. **Early Algebra em artigos brasileiros de 2012 a 2019**: elementos fundamentais à educação algébrica. Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB, Vitória da Conquista, 2021.
- SANTOS, R.; ROCHA, Z. F. D. C.; CARGNIN, C. Uma reflexão da prática docente a partir da utilização de tarefas exploratórias. **HIPÁTIA-Revista Brasileira de História, Educação e Matemática**, v. 5, n. 2, p. 291-307, 2020.
- SILVA, A. L.; SOARES, M. A. da S.; NEHRING, C. M. **Educação Matemática na Contemporaneidade**: desafios e possibilidades. XII Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM. São Paulo, 2016.
- TALL, D. (1992). **The transition from arithmetic to algebra**: number patterns or proceptual programming? New Directions in Algebra Education (pp. 213-231). Brisbane: Queensland University of Technology.
- THEODOROVSKI, R.; OLIVEIRA, F. **Padrões e o trabalho com sequências recursivas**: Uma abordagem no desenvolvimento do pensamento algébrico. Revista de Ensino de Ciências e Matemática (REnCiMa), v. 11, p. 219-236, 2020.
- VALE, I.; PIMENTEL, T. **Padrões: um tema transversal do currículo**. Revista da Associação de Professores de Matemática. n. 85, novembro/dezembro, 2005.
- VALE, I., et.al. **Os padrões de ensino e aprendizagem da álgebra**, 2007.
- VALE, I.; BARBOSA, A.; FONSECA, L.; PIMENTEL, T.; BORRALHO, A.; CABRITA, I.; BARBOSA, E. **Padrões em matemática**: uma proposta didática no âmbito do novo programa para o ensino básico. Lisboa: Texto, 2011.
- VALE, I.; PALHARES, P.; CABRITA, I.; BORRALHO, A. **Os padrões no ensino e aprendizagem de Álgebra**. Lisboa SEM-SPCE, 2007. Disponível em:

<http://dspace.uevora.pt/rdpc/bitstream/10174/1416/1/Padr%C3%B5es%20Caminha.pdf>.
Acesso em: 05 mar.2019.

VALE, I.; PIMENTEL, T. **Padrões e conexões matemáticas no ensino básico**. Educação e Matemática, Lisboa, 2011. Disponível em: https://www.academia.edu/1425432/Padrões_um_tema_transversal_do_currículo. Acesso em: 09 mar. 2019.

VALE, I.; PIMENTEL, T. O pensamento algébrico e a descoberta de padrões na formação de professores. **Da investigação às práticas**, v. 3, n. 2, p. 98-124, 2013.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução: Paulo Henrique Colonese. 6 ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

SOBRE O AUTOR

Rildo Alves do Nascimento: Mestrando do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática – PPGECM. Universidade Federal de Pernambuco – UFPE.

CAPITULO 9

USO DE TRIMINÓS TRIANGULARES NO ENSINO DA MULTIPLICAÇÃO: UMA EXPERIMENTAÇÃO COM ALUNOS DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

*Ana Carla Pimentel Paiva
Italândia Ferreira de Azevedo
Francisco Régis Vieira Alves*

RESUMO

O presente artigo tem como objetivo apresentar uma situação didática voltada à construção e familiarização de procedimentos informais para cálculos mentais e escritos para a multiplicação de números naturais a partir do jogo triminó. Para fundamentar esse trabalho nos baseamos na Teoria das Situações Didáticas em que o professor atua como o mediador do conhecimento matemático e o auxilia o aluno a desenvolver uma autonomia, no seu processo de aprendizagem. Dessa teoria, limitamo-nos nas abordagens do contrato didático e situação adidática apresentada por Brousseau (2008). Para sistematizar e planejar a execução dessa aula, optamos em empregar a metodologia de pesquisa Engenharia Didática. A experimentação aconteceu em uma turma de sexto ano de uma escola pública de Fortaleza-CE, onde foi proposto a manipulação do jogo Triminós da Multiplicação para desenvolver a situação didática. Os principais resultados trazem que a utilização do jogo estimulou o desenvolvimento do raciocínio lógico e a memorização da tabuada o que influencia na diminuição da dificuldade do conteúdo por parte dos alunos.

Palavras-chave: Ensino de Multiplicação. Triminós. Teoria das Situações Didáticas.

INTRODUÇÃO

O conteúdo matemático de multiplicação ensinado na escola primária, se faz presente nas diversas situações do cotidiano como em compras, em situações domésticas, bancos, supermercados, entre outros. Em virtude disso, essa operação é intitulada uma das quatro operações fundamentais, e é também por essa razão que torna-se tão importante o desenvolvimento da habilidade de multiplicar (NUNES; BRYANT, 1997).

Na literatura brasileira nos deparamos com diversos trabalhos que trata sobre as estratégias e métodos que os professores usam para ensinar o conteúdo de multiplicação, dentre eles, temos : Duarte(2021), MARQUES(2020) e Rodrigues(2015).

Existem várias estratégias, algumas dessas estratégias incluem: contagem, em que os alunos aprendem a contar de dois em dois, de três em três, e assim por diante, o que

auxilia o desenvolvimento de um entendimento básico dos padrões de multiplicação. Outra estratégia consiste na construção de tabelas de multiplicação, as tabuadas, em que as elas são uma ferramenta para ajudar os alunos a memorizar as respostas de multiplicação, podendo ser usadas em jogos e atividades para praticar a multiplicação (RUSSEL; SCHIFTER; BASTABLE, 2011).

Ainda conforme Russel, Schifter e Bastable (2011) dispomos da técnica da área de retângulos que trata-se de uma estratégia visual para ensinar a multiplicação, com o emprego de retângulos para representar problemas de multiplicação, em que os alunos aprendem que a área do retângulo pode ser calculada multiplicando o comprimento pela largura.

Conforme Rodrigues(2015) existe padrões em multiplicação, em os alunos aprendem a identificar padrões em problemas de multiplicação, por exemplo, eles podem aprender que a multiplicação por dez resulta em um número que tem um zero adicionado ao final, ou que multiplicar por dois é o mesmo que adicionar o número a si mesmo .

Apesar das diversas estratégias para lecionar esse conteúdo matemático, os alunos quando apresentados a esse conteúdo consideram a multiplicação uma operação abstrata pois envolve o conceito de combinar grupos iguais de objetos, e por não dispor desse hábito nos anos iniciais (RODRIGUES Para alguns alunos, entender essa ideia abstrata pode ser desafiador, especialmente se eles estão mais acostumados com conceitos matemáticos concretos.

Com o intuito de estudar situações que corroborem em melhorar esse cenário de ensino de multiplicação o presente trabalho, apresenta uma experimentação, vivenciada por uma turma de sexto ano, que foi fundamentada pela Teoria das Situações Didáticas, com ênfase no contrato didático e situação adidática, e organizada a partir da metodologia de pesquisa conhecida como Engenharia Didática, ambas pertencentes à Didática da Matemática.

Durante a experimentação, inseriu-se o jogo intitulado 'Triminós da multiplicação' como estratégia criativa para o ensino de multiplicação. Conforme Lima (2012) , os Triminós da multiplicação é um jogo educativo e dinâmico, semelhante ao dominó tradicional, porém as peças, ao invés de duas pontas, têm três. Tem como intuito permitir que os alunos explorem a multiplicação de uma maneira divertida e interativa, combinando as peças para encontrar os produtos.

Então, este trabalho tem como objetivo apresentar uma situação didática voltada à construção e familiarização de procedimentos informais para cálculos mentais e escritos

para a multiplicação de números naturais a partir do jogo triminó. A seguir, apresentamos a fundamentação teórica, metodologia, resultados e considerações.

Teoria das Situações Didáticas (TSD)

A Teoria das Situações Didáticas (TSD) foi apresentada por Guy Brousseau em 1970. Esta teoria expõe a relação existente entre o aluno, professor e saber, bem como o meio (*milieu*) em que a situação didática ocorre, sendo esta chamada por Brousseau de Triângulo Didático. Os autores Batista, Barreto e Sousa (2021), reforçam que essa:

A Teoria propugna a interação entre o professor, os alunos e o saber matemático em um meio planejado pelo docente, para que seus discentes elaborem conhecimentos autonomamente, os quais serão retomados ao final da tarefa, de modo que seja possível aproximá-los do saber institucionalizado. (BATISTA; BARRETO; SOUSA, 2021, p. 578).

De acordo com Brousseau (2008) para que aprendizagem do aluno ocorra é existir uma ligação entre o conhecimento e a interação entre duas ou mais pessoas, onde tais interações podem ocorrer pelo que ele chama de situação didática, que ocasiona a apreensão do conhecimento. Pode ser um jogo, um desafio ou qualquer tipo de dispositivo criado para que o aprendizado ocorra de forma efetiva. Assim, a situação didática é caracterizada por “um modelo de interação de um sujeito com um meio determinado” (BROUSSEAU, 2008, p.20). A partir disso, os autores Batista, Barreto e Sousa (2021), afirmam que essa teoria,

[...] priorizou a ação do estudante como produtor de seu conhecimento matemático, enquanto enfatizou o papel do professor como o responsável por criar o meio adequado, com condições para que os alunos, a partir de seus conhecimentos e experiências prévias, apropriem-se dos conceitos matemáticos. (BATISTA; BARRETO; SOUSA, 2021, p. 579).

A esse ambiente adequado que ajuda a gerar condições aos alunos a desenvolver seus conhecimentos é chamado por situação adidática. A situação adidática é uma situação sem aparente intenção didática.

Segundo Brousseau (2008, p. 36), “As situações adidáticas elaboradas com fins didáticos determinam o conhecimento transmitido em um determinado momento e o sentido particular que ele assumirá, em razão das restrições e deformações adicionadas à situação fundamental”. A situação fundamental a que Brousseau se refere não significa situação ideal, mas a situação efetiva de sala de aula que necessita da participação do professor.

Mas para que a situação didática aconteça maneira efetiva, deve ser resguardada no que Brousseau traz como contrato didático. Brousseau (2008) define contrato didático como um contrato verbal que determina o papel dos sujeitos – professor e aluno -, lugares e funções de todos os envolvidos na situação didática, em um sistema de obrigações cuja reciprocidade é necessária, sendo essa relação mediada pelo saber. Em seguida, é preciso entender a noção de devolução, que para Brousseau (2008), é o pelo qual o professor repassa ao aluno uma parte da responsabilidade pela sua aprendizagem, ou seja, ele precisa participar, interagir e ser ativo durante a situação didática, assumindo os riscos por tal ato.

Depois de firmar o contrato didático e a compreensão do aluno do sentido de devolução, seguimos para as situações de ensino. Para Brousseau (2008) as situações de ensino devem ser elaboradas pelo professor para que o aluno construa e se aproprie do conhecimento. O processo de aprendizagem por meio da TSD é dividido em dialéticas que podem ser modeladas de acordo com as situações de ação, formulação, validação e institucionalização, possibilitando a aprendizagem do aluno.

Reforçando que as três primeiras dialéticas fazem parte da situação didática. Deste modo, podemos sintetizar tais situações como:

Situação de ação: a tomada de posição do aluno diante do problema proposto; enquanto que a *situação de formulação* há uma troca de informações entre o aluno e o meio, juntamente à verbalização de ideias e conjecturas (BROUSSEAU,2008).

Na *situação de validação*: o aluno apresenta sua estratégia de solução para a turma e tenta argumentar com base em seu raciocínio, verificando se o que ele conjecturou é, de fato, válido; e por fim a *situação de institucionalização*: a fase em que a figura do professor sintetiza tudo o que foi exposto nas etapas anteriores, de maneira formal e com linguagem matemática adequada (BROUSSEAU,2008).

A partir do exposto sobre processo de ensino e aprendizagem presentes nas dialéticas, percebemos que o aluno vivencia diretamente a construção do seu conhecimento. Por tais, confirmamos que a TSD se torna uma teoria de ensino que atende às necessidades deste trabalho e que será necessária para o momento de análise de dados apresentados mais adiante.

REFERENCIAL TEÓRICO

CARACTERIZAÇÃO DO MÉTODO DA INVESTIGAÇÃO E DO MÉTODO DA APLICAÇÃO DA SITUAÇÃO DIDÁTICA

O jogo como recurso didático

O intuito da utilização de um jogo como recurso didático é aceito pela sua capacidade em ampliar, estimular e desenvolver raciocínios que superam as atividades. Gandro (2000) defende os jogos como uma interessante forma de propor problemas ao aluno, pelo seu modo atrativo e pelo favorecimento da criatividade na elaboração de estratégias do jogo. Isto é, o jogo tem o potencial de motivar os alunos a aprender de maneira contextualizada e dinâmica, levando em consideração aspectos como a manipulação e a experimentação .

À vista do exposto, aplicamos uma sequência didática que contempla o desenvolvimento do conhecimento, da criatividade, da competição e da participação do aluno. Nessa perspectiva, ainda salientamos que o desenvolvimento de estudos com o intuito de apresentar sequências didáticas que permitam a utilização de jogos matemáticos apresenta uma consonância com as orientações presentes na BNCC (Base Nacional Comum Curricular):

A utilização de jogos, incluindo jogos eletrônicos, pode ser uma estratégia didática potente para a aprendizagem, pois envolve engajamento, colaboração, competição e interação, elementos que motivam os estudantes e favorecem a construção de conhecimentos e habilidades. (BRASIL, 2017, p. 122).

Nesse sentido, intuimos que os jogos podem ser utilizados como ferramentas pedagógicas para estimular a criatividade, a tomada de decisões, a resolução de problemas, a cooperação e a competição saudável entre os alunos. Ademais é importante salientar que a utilização de jogos no ensino de matemática facilita “a observação, análise, desenvolve o raciocínio lógico e crítico, sendo excelente para auxiliar o aluno na construção dos seus conhecimentos” (TURRIONI; PEREZ, 2006, p.61).

Assim, à vista as potencialidade educacionais apresentadas ao se utilizar um jogo no ensino de matemáticos, optamos em desenvolver uma sequência didática voltada para o ensino de multiplicação com essa ferramenta.

Nesse caso, o jogo adotado foi o Triminós da Multiplicação, que emprega a conceituação de um termo matemático poliminós, que são uma excelente opção para

estimular o raciocínio lógico, a percepção espacial e a criatividade dos jogadores (MARIA; GANDULFO, 2013)

Os poliminós permitem identificar padrões e soluções para encaixar as peças de forma a preencher o espaço disponível, tal atividade pode ser desafiadora e ao mesmo tempo divertida, o que pode tornar a aprendizagem mais atraente para os alunos.

Maria e Gandulfo (2013) ainda declaram que os poliminós são importantes ferramentas no ensino da Matemática, especialmente pelo seu caráter motivador, seu uso como recurso pedagógico é muito amplo na abordagem de conceitos geométricos, favorecendo o desenvolvimento do raciocínio lógico, do pensamento estratégico e da criatividade, bem como da interdisciplinaridade e do trabalho coletivo e colaborativo em sala de aula.

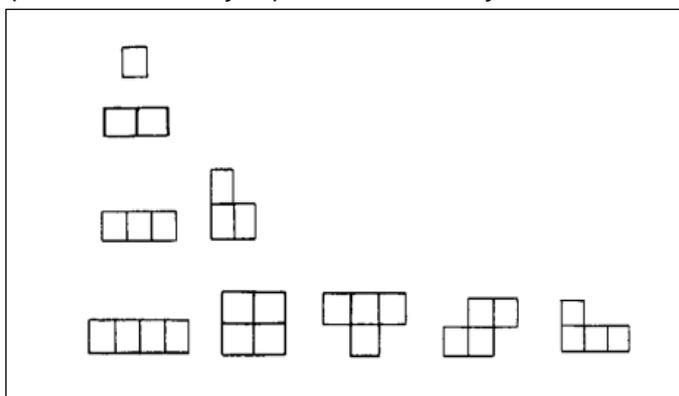
Os Poliminós e o Triminós da Multiplicação

O termo poliminós foi apresentado pela primeira vez por Solomon W. Golomb, matemático chefe do Laboratório de Jato Propulsão do Instituto de Tecnologia da Califórnia, em seu artigo Tabuleiros de xadrez e poliminós, publicado no American Mathematical Monthly de 1954, e o definiu como um conjunto de quadrados em ligação simples (SANTOS et al ,2015).

Os poliminós são definidos em um aspecto mais sucinto por Maria e Gandulfo (2013, p.8000) como “ figuras planas formadas pelos agrupamentos de um número n de quadrados congruentes justapostos com pelo menos um lado comum”.

Na figura 1, podemos observar exemplos de poliminós, e sua classificação de acordo com o número de quadrado que compõem.

Figura 1 – Exemplos de classificação poliminós em relação ao número de quadrados



Fonte: Santos (2016, p.13).

Na figura 1, observamos a classificação poliminós em relação ao número de lados: o monominó que possui apenas um quadrado, os dominós que possuem dois quadrados, os trominós os que possuem três quadrados e por fim os tetromino que possuem quatro quadrados.

O jogo empregue nesse artigo, foi desenvolvido a partir do poliminó do tipo: trominós, que na qual são peças geométricas compostas por três quadrados unidos, de diferentes variações e que podem ser usados em diversos jogos e quebra-cabeça. Cada peça de trominó tem um padrão único de cores ou símbolos em cada um dos seus três quadrados. Os jogadores geralmente tentam combinar as peças de triminó para criar padrões e formas específicas ou para preencher um tabuleiro de jogo.

A idéia do jogo Triminós da Multiplicação surgiu, a partir do jogo de tabuleiro Triminós, cujo o objetivo do jogo com os triminós triangulares é geralmente criar padrões ou preencher um tabuleiro. Os triângulos menores podem ser coloridos ou numerados de diferentes maneiras, criando um jogo similar ao popularmente conhecido como dominó. Na figura 2, apresentamos a representação do jogo de tabuleiro Triminó.

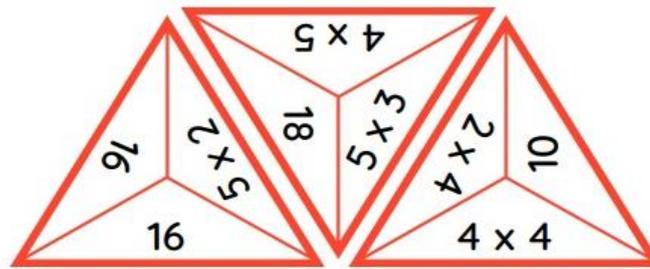
Figura 2 – Triminó



Fonte: Página Ludosofia. Disponível em : https://ludosofia.com.br/wp-content/uploads/2020/06/jogo_basico.png (à esquerda) <https://ludosofia.com.br/wp-content/uploads/2020/06/avancado.png> (à direita) Acesso em : 18/05/2023

Em relação, o jogo Triminós da Multiplicação os triminós triangulares são compostos por três triângulos iguais unidos entre si, formando um triângulo equilátero maior. Na figura 3, temos uma exemplificação de três peças do jogo Triminó da Multiplicação, em que são dispostos nos triângulos menos numeros e multiplicações.

Figura 3 – Exemplos de Peças Triminós da Multiplicação



Fonte: Adaptado de Lima (2012)

Para o planejamento e o desenvolvimento da sequência didática em que o jogo foi empregue, se fez necessário compreender de forma diferenciada a concepção dos alunos acerca desse conteúdo matemático.

E para isso se optou em empregar uma metodologia intitulada de Engenharia Didática, pois segundo Robinet (1983, p.2) é “uma metodologia para a análise de situações didáticas” sendo composta por quatro fases (análise preliminar, análise *a priori*, experimentação e análise *a posteriori*) e por possibilitar o encadeamento dos objetivos que pretendemos atingir com por meio da utilização do jogo ao longo da situação didática no decurso desse estudo.

Embasados nessa metodologia, se realizou um estudo do objeto matemático com a finalidade de identificar os principais obstáculos epistemológicos existentes no seu ensino, elaborando, em seguida, alternativas metodológicas de trabalho com tais problemas encontrados.

ENGENHARIA DIDÁTICA – ED NO ENSINO DA MULTIPLICAÇÃO

Análises preliminares

Na primeira fase prevista pela Engenharia Didática, as análises preliminares, o professor deve compreender a estrutura atual de ensino e seus efeitos, bem como, as limitações do jogo para o uso didático. E, assim, determinar as principais dimensões que o problema deva ser estudado e como se relacionam com o sistema de ensino, por exemplo: as dimensões epistemológicas, cognitivas e didáticas (ALMOULOU,2007).

De forma mais sucinta, Alves (2018), descrevendo que a dimensão epistemológica abrange as características do conteúdo que vai ser abordado desde sua evolução histórica, a sua fundamentação matemática, a dimensão cognitiva explora as características cognitivas dos alunos(as dificuldades que eles podem ter, os obstáculos epistemológicos) e por fim a dimensão didática que averigua as características relacionadas ao funcionamento do sistema de ensino(ALVES,2018).

Em relação a essa perspectiva, conforme Rodrigues(2015) dentre os obstáculos epistemológicos da Multiplicação podemos elencar a dificuldade na compreensão de um conceito fundamental da matemática, a adição, no sentido de combinar grupos iguais de objetos. Para alguns alunos, entender essa ideia abstrata pode ser desafiador, especialmente se eles estão mais acostumados com conceitos matemáticos concretos. Do mesmo modo a capacidade de reconhecer padrões numéricos.

Duarte (2021) já elenca que Memorização das tabelas de multiplicação envolve o uso das tabelas de multiplicação, que exigem memorização de uma série de resultados. Para alguns alunos, a memorização pode ser difícil e demorada, o que pode afetar sua fluência e confiança ao realizar cálculos de multiplicação. Além das dificuldades com o raciocínio matemáticos que os alunos dispõem,

Por essa razão para a aplicação do jogo, devemos considerar todas essas variáveis e ainda identificar as possíveis dificuldades que os alunos possam ter em relação ao próprio jogo.

Dentre algumas dessas dificuldades que os alunos podem enfrentar estão a dificuldade em compreender as regras do jogo, o que pode impedir que eles joguem efetivamente. Nesse caso, o professor deve explicar as regras do jogo de forma clara e concisa.

Além disso, os alunos podem apresentar dificuldade em identificar padrões, pois o jogo Triminós da multiplicação envolve a identificação de padrões e o uso de estratégias para resolver problemas. Desse modo, alguns alunos podem ter dificuldade em identificar padrões e desenvolver estratégias para jogar efetivamente.

Do mesmo modo, os alunos podem mostrar dificuldade em realizar cálculos mentais, dado que o jogo envolve o uso de habilidades de multiplicação para resolver problemas. Alguns alunos podem ter dificuldade em realizar cálculos mentais ou em lembrar as tabelas de multiplicação, nesse caso, o professor deve pensar em uma estratégia para contornar esse problema, se permitirá o uso de calculadora ou de tabuadas.

Em relação as habilidades socioemocionais exigidas pelo jogo, apesar do jogo ser em equipes e assim pode ser uma oportunidade para os alunos trabalharem juntos e desenvolverem habilidades de colaboração, alguns alunos podem ter dificuldade em trabalhar em equipe ou em se comunicar efetivamente com seus colegas.

E por fim, a falta de interesse ou motivação, em que alguns alunos podem simplesmente não estar interessados no jogo ou não estar motivados para jogar. Nesse caso, é importante encontrar maneiras de tornar o jogo mais atraente e envolvente para eles.

Nesse caso, para superar essas dificuldades, os alunos podem precisar de prática adicional com as habilidades de multiplicação, bem como orientação e instruções claras sobre como jogar o jogo. Além disso, torna-se importante o professor incentivar a exploração e a experimentação, pois isso pode ajudar os alunos a desenvolver sua compreensão matemática e a identificar padrões com mais facilidade.

Concepção e análises a priori

Na segunda fase da ED, as análises a priori, o pesquisador deve elaborar e analisar uma sequência de situações didáticas com a finalidade de responder às questões e validar as hipóteses suscitadas na fase anterior (ALMOULOUD, 2007).

Segundo Brousseau (1986), essas situações devem ser concebidas de maneira análogas àquela que originaram o conhecimento, de modo que o entendimento do conhecimento pelos alunos ocorram por adaptação, assimilação e equilíbrio.

Assim para o desenvolvimento dessas situações didáticas, em uma perspectiva teórica bem fundamentada, necessita-se de uma teoria de ensino que aponte uma sistematização da construção dessas situações, métodos para transmitir determinado conhecimento. Por essa razão, se optou em empregar na sequência didática que utiliza o jogo Triminó da Multiplicação a Teoria das Situações Didáticas pois, tal teoria investiga o desenvolvimento cognitivo dos alunos.

Experimentação – Aplicação do jogo

Experimentação pode ser definida como a etapa que em ocorre a aplicação da situação didática, ou seja, é a etapa para garantir os resultados práticos com a análise teórica (ALMOULOUD, 2007). Assim, é nessa etapa que é colocado em prática todo o dispositivo planejado no momento anterior, na análise a priori.

A aplicação do Jogo Triminós da Multiplicação, ocorreu durante duas aulas de 50 minutos em uma turma de 6º ano de uma escola de Ensino Fundamental II da Prefeitura de Fortaleza, após aulas teóricas do conteúdo de multiplicação. Desse modo, desenvolvemos uma sequência didática com triminós triangulares que foi aplicada na experimentação seguindo os seguintes momentos do Roteiro:

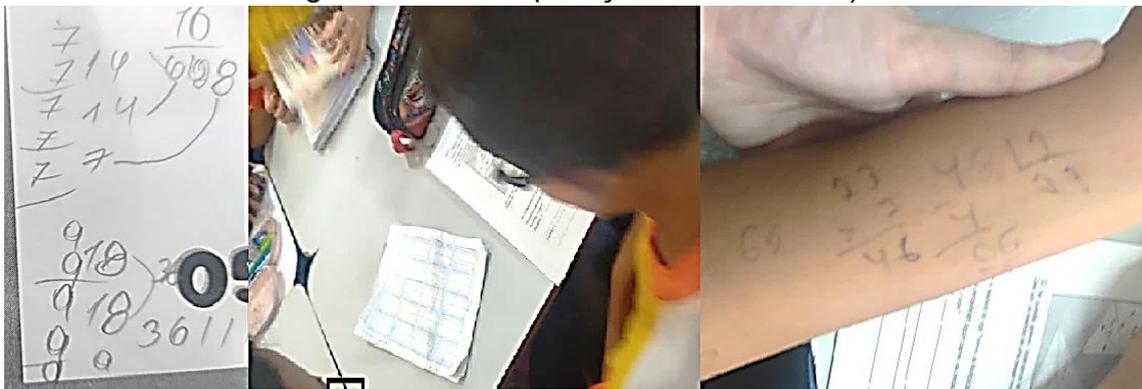
Tabela 1 - Roteiro da Aplicação do Jogo pelo Professor

Apresentação dos triminós triangulares	O momento em que o professor apresentou os triminós triangulares aos alunos, explicando o que são e como funcionam.
Exploração dos triminós	Os alunos exploraram os triminós de forma mais livre, manipulando-os e observando suas propriedades e características. Identificando os diferentes tipos de triminós e como eles podem ser combinados para formar padrões.
Aplicação do Jogo “Triminó da Multiplicação”	O professor apresentou quebra-cabeças com triminós triangulares para os alunos resolverem em grupo ou individualmente. Esses quebra-cabeças podem envolver a identificação de padrões, resolução de problemas matemáticos ou desenvolvimento de habilidades de pensamento crítico.
Resolução de uma Atividade	O professor pode propor problemas que envolvam o uso de triminós triangulares, como criar padrões matemáticos ou resolver problemas de multiplicação, com o intuito de ajudar os alunos a desenvolverem habilidades de pensamento lógico e resolução de problemas.

Fonte: Elaborado pelos Autores

Na figura 4, podemos observar momentos em que ocorreu a fase da experimentação e que os alunos estavam nas respectivas fases da TSD: situação de *ação e formulação*: em que a tomada de posição do aluno diante do problema proposto e há uma troca de informações entre o aluno e o grupo de alunos, juntamente à verbalização de ideias.

Figura 4 – Estratégias empregues pelos alunos durante o jogo. Na 1ª Figura (o primeiro aluno calcula a multiplicação por somas sucessivas), Na 2ª Figura (o segundo aluno utiliza a Tabuada), Na 3ª Figura (o terceiro aluno já realiza o algoritmo da multiplicação convencional)



Fonte: Elaborado pelos Autores

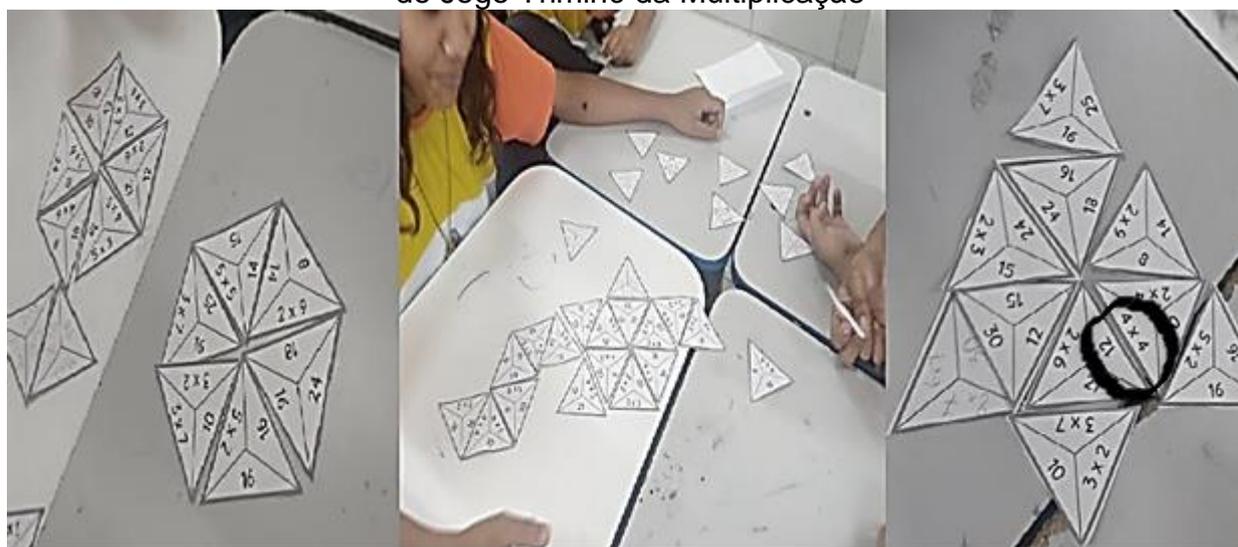
Na figura 4, podemos verificar que a prática permitiu que os alunos revelassem o modo como calculavam a multiplicação bem como as suas dificuldades, além de trocar entre si estratégias para solucionar os problemas propostos pelo professor quando assumiram o papel de protagonistas, o que permitiu ao professor um reconhecimento desses obstáculos individuais e assim posteriormente planejar uma abordagem que atenda a esses obstáculos, a seguir explanaremos um pouco mais acerca dos resultados encontrados na experimentação.

Análise a Posteriori e Validação - Resultados

Na Análises a Posteriori e Validação, ocorreu uma investigação acerca da produção dos alunos, observando o comportamento deles durante o desenvolvimento da sequência didática e todos os dados construídos no decorrer da experimentação, segundo Artigue (1996) esta etapa se apóia no conjunto de dados coletados a partir da experimentação.

Na figura 5 , podemos observar momentos validação dos alunos, em que os grupos de alunos apresentam as suas estratégia de solução para a turma e tenta argumentar com base em seus raciocínios, como montaram as figuras geométricas formadas pelos Triminós da Multiplicação.

Figura 5 – Fase de Validação em que os alunos apresentam os resultados obtidos do Jogo Triminó da Multiplicação



Fonte: Elaborado pelos Autores

Na Figura 5, podemos perceber que a prática permitiu que os alunos utilizassem a matemática de forma mais lúdica, progressivamente algumas das relações numéricas implícitas na multiplicação e passaram a utilizar o raciocínio e o cálculo numérico, usando

os produtos já conhecidos das tabuadas.

No entanto, na fase da validação o professor ainda percebeu que alguns alunos ainda apresentaram dificuldades em operar com pequenas e grandes quantidades ao realizarem uma operação de multiplicação, por exemplo, na figura 5, em uma das imagens, temos que os alunos juntaram duas peças em que um lado era 4×4 e o resultado da multiplicação ficou 12. Por outro lado, é importante evidenciar que conforme Brousseau(1986) o erro pode ser visto como um aprendizado que agora não satisfaz, mas que anteriormente era válido, uma hipótese, porém se torna falso por não chegar ao objetivo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A multiplicação pode ser um conceito desafiador para alguns alunos, embasados pela Teoria das Situações Didáticas e pela Engenharia Didática a pesquisa foi sistematizada e se pode verificar quais eram acerca os desafios e entraves dos alunos acerca do entendimento desse conteúdo. Desse modo, foi encontrado que os alunos têm dificuldade em compreender a multiplicação devido a diferentes razões, ao longo da pesquisa, como: a abstração envolvida, a necessidade de memorização das tabelas de multiplicação, dificuldades em relação ao raciocínio matemático.

Por essa razão foi desenvolvido, nas análises preliminares, a situação didática com o Jogo Triminó da Multiplicação, com o intuito de introduzir uma linguagem matemática não formal da multiplicação para os alunos, que aos poucos, iriam incorporar os conceitos matemáticos formais.

Ao final do estudo, após a experimentação, na análise dos dados e validação alguns fatores apontaram que a utilização do jogo contribuiu para que acontecessem mudanças nos procedimentos multiplicativos que utilizavam. Por exemplo, estes alunos que empregavam majoritariamente procedimentos do tipo aditivo, evidenciaram avanços especialmente na aquisição e apropriação do significado e sentido desta operação matemática.

Além disso, também se verificou que a prática do jogo, estimulou o raciocínio rápido e desenvolveu em alguns alunos a compreensão e a memorização da tabuada de forma significativa e prática. Assim, concluímos que o objetivo da prática da experimentação que era estimular o desenvolvimento do raciocínio lógico, o cálculo mental, o poder de concentração foi atingido. Além disso, por meio da utilização do jogo, os alunos conseguiram trabalhar as habilidades da multiplicação e da subtração, além de a respeitar as regras e o trabalho em grupo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMOULOU, Ag Saddo. **Fundamentos da Didática da Matemática**. São Paulo: Editora UFPR. (2007).

ALVES, F. R. V.; CATARINO, P. M. M. C. ENGENHARIA DIDÁTICA DE FORMAÇÃO (EDF): REPERCUSSÕES PARA A FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA NO BRASIL. **Educação Matemática em Revista–RS**, v. 2, n. 18, 2018.

ARTIGUE, M. Ingeniería didáctica. **Ingeniería didáctica en educación matemática**, v. 33, p. 60, 1995.

BARBOSA, G. S. TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICA E SUAS INFLUÊNCIAS NA SALA DE AULA. **Anais**, Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM, São Paulo, 13 a 16 de julho de 2016. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/7303_4383_ID.pdf. Acesso em: 16 mai. 2023.

BATISTA, P. C. da S.; BARRETO, M. C.; DE SOUSA, A. C. G. Teoria das situações didáticas presentes na prática pedagógica em matemática a partir da formação e reflexão docente. **Debates em Educação**, v. 13, n. 31, p. 577–602, 2021. DOI: 10.28998/2175-6600.2021v13n31p577-602. Disponível em: <https://www.seer.ufal.br/index.php/debateseducacao/article/view/10606>. Acesso em: 16 mai. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2017.

BROUSSEAU, Guy. **Théorisation des phénomènes d'enseignement de mathématiques**. (Thèse d'État et Sciences). Bordeaux : Université de Bordeaux I, 1986.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Ática, 2008.

DUARTE, Fernanda Gabriela Ferracini Silveira; SCHERER, Suely. TECNOLOGIAS DIGITAIS E A FORMAÇÃO DE PROFESSORES: EXPLORANDO MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DE NÚMEROS NATURAIS. **Revista Educação e Linguagens**, v. 10, n. 20, p. 163-188, 2021.

GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. Tese de Doutorado, Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, SP, 2000.

LIMA, V. F. C.. OS JOGOS E AS OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS .**O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense** - PDE, v. 1, 2012. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_utfpr_mat_pdp_vanira_figueiredo_da_cruz.pdf . Acesso em : 16 mai. 2023.

MARQUES, Valéria Risuenho et al. Fazeres pedagógicos: a contribuição dos jogos matemáticos para o ensino e aprendizagem de multiplicação. **Compêndio de Resumos PRP-UFPA**, p. 34, 2020.

NUNES, T.; BRYANT, P.; tradução COSTA, S. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre. Editora : Artmed, 1997.

Robinet, Jacqueline. (1983). De L'ingenierie Didactiques. **Les Cahiers Blancs**. Paris, 1983 Collection : Les cahiers de didactique Num. 1

RODRIGUES, Fernanda Maria Andrade Tavares. **O contributo das TIC para a aprendizagem da multiplicação**. 2015. Dissertação de Mestrado em Educação PréEscolar

e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico7. Instituto Politécnico de Setúbal Escola Superior de Educação de Setúbal- Portugal. Disponível em: https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/10447/1/tese_fernanda_rodrigues_vers%c3%a3o_final_revista_1_dezembro.pdf; Acesso em 20 de Maio de 2023.

RUSSELL, S. J.; SCHIFTER, D.; BASTABLE, V. **Connecting arithmetic to algebra: Strategies for building algebraic thinking in the elementary grades.** Portsmouth, Editora: Heinemann, 2011.

SOBRE OS AUTORES

Ana Carla Pimentel Paiva: Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (PGECM/IFCE). Possui graduação em Matemática pela Universidade Federal do Ceará (2015).

Italândia Ferreira de Azevedo :Doutoranda em Ensino - RENOEN/IFCE. Mestra em Ensino de Ciências e Matemática pelo IFCE (2020). Tem especialização em Ensino de Matemática pela Universidade Estadual Vale do Acaraú (UEVA) e em Gestão Pedagógica da Escola Básica pela Universidade Estadual do Ceará (UECE). Graduada em Licenciatura em Matemática pela UEVA desde 2011 e professora efetiva pela Secretaria de Educação do Estado do Ceará, desde 2013. Atualmente está lotada na EEEP Joaquim Moreira de Sousa na cidade de Fortaleza-CE. Coordenou o PAPMEM - Programa de Aperfeiçoamento para professores de Matemática do Ensino Médio da região norte do Ceará nas edições de 2016 e 2017 e orientava o grupo de olimpíadas da escola. Foi supervisora do PIBID no curso de licenciatura em Física do IFCE, Campus Sobral (2016-2017) e, em seguida, supervisora no curso de licenciatura em Matemática da UECE (2020-2022). Tem experiência: com EaD na função de tutora à distância e presencial; formação de professores que ensinam matemática; elaboração de itens e produção de material didático. Pesquisa sobre: Didática da Matemática, Didática Profissional, Resolução de problemas, Tecnologias no ensino de Matemática e Formação de professores que ensinam Matemática.

Francisco Régis Vieira Alves: Possui graduação em Bacharelado em Matemática pela Universidade Federal do Ceará (1998), graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Ceará (1997), mestrado em Matemática Pura pela Universidade Federal do Ceará (2001) e mestrado em Educação, com ênfase em Educação Matemática, pela Universidade Federal do Ceará (2002). Doutorado com ênfase no ensino de Matemática (UFC - 2011). Atualmente é professor TITULAR do Instituto Federal de Educação Ciência e

Tecnologia do estado do Ceará/ IFCE - 40h/a com DE, do curso de Licenciatura em Matemática e Bolsista de Produtividade em Pesquisa do CNPq - Nível 2 (2020 - 2026). Professor do Doutorado em Associação em Rede de Pós-Graduação em Ensino (RENOEN) e do Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Matemática do do Mestrado Profissional em Educação Profissional Tecnológica PROEPT-IFCE. Tem experiência na área de Matemática e atuando principalmente nos seguintes temas: Didática da matemática, História da Matemática, Análise Real, Filosofia da Matemática e Tecnologias aplicadas ao ensino de matemática para o nível superior.

CAPITULO 10

INICIATIVA FOCO NA APRENDIZAGEM: FORMAÇÕES DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO NA COORDENADORIA REGIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO-ITAPIPOCA EM 2022

Luiz Felipe Araújo Azevedo

RESUMO

Este trabalho visa apresentar uma visão geral sobre as formações do programa foco na aprendizagem na CREDE 2, onde ocorreram 4 encontros no ano de 2022, 2 presenciais e 2 remotos em específico este trabalho foca na área de matemática e seus mais de 200 professores que em 1 ou mais momentos puderam participar com o intuito da troca de experiências e aprendizagem sobre avaliação, formação e material didático específico do programa ou mesmos produzidos pelo próprio professor. O trabalho apresenta as características do programa, analisa a situação das formações do professor de matemática do Brasil e trabalha com autores que facilitarão a compreensão sobre a influência de uma boa formação para melhores resultados de aprendizagem.

Palavras-chave: Avaliação; Materiais Didáticos; Intervenção

INTRODUÇÃO

O Programa Foco na Aprendizagem é uma iniciativa da Secretaria da Educação do Estado do Ceará que busca garantir o direito à aprendizagem de todos os estudantes, especialmente em um contexto de pandemia e ensino remoto. Para isso, o programa desenvolve ações integradas em torno de três eixos principais: avaliação, formação e materiais didáticos.

No eixo de avaliação, o programa prevê a realização de avaliações diagnósticas e formativas para acompanhar o desenvolvimento dos estudantes e identificar as principais dificuldades de aprendizagem. A partir dessas informações, são elaborados planos de ação para a melhoria dos resultados.

No eixo de formação, o programa prevê a realização de formações continuadas para os professores, visando atualizar e aprimorar as práticas pedagógicas e oferecer novas ferramentas e metodologias que possam contribuir para a aprendizagem dos estudantes.

Além disso, são oferecidas tutorias em Língua Portuguesa e Matemática para apoiar os professores na identificação e superação das dificuldades dos estudantes nessas áreas.

No eixo de materiais didáticos, o programa prevê o uso de Material Didático Estruturado (MDE), que é um conjunto de recursos pedagógicos organizados de forma sequencial e progressiva, para facilitar a aprendizagem dos estudantes. O MDE é composto por livros didáticos, cadernos de atividades, jogos educativos, vídeos, entre outros recursos.

Além desses três eixos principais, o programa também prevê outras ações complementares, como a ampliação do tempo de permanência dos alunos na escola, a disponibilização de materiais didáticos atualizados e a oferta de atividades extracurriculares.

O Programa Foco na Aprendizagem é uma iniciativa que visa melhorar a qualidade da educação pública no Ceará, com foco na aprendizagem dos estudantes. Para isso, o programa desenvolve ações integradas em torno de avaliação, formação e materiais didáticos, com o objetivo de garantir que todos os alunos tenham um desempenho adequado nas habilidades de leitura, escrita e matemática.

A Coordenadoria Regional de Desenvolvimento da Educação (CREDE) 2 é uma das 20 coordenadorias que integram a estrutura da Secretaria da Educação do Estado do Ceará. A CREDE 2 é responsável por coordenar e apoiar a rede de escolas estaduais em uma área que abrange 15 municípios da região norte do Estado do Ceará: Amontada, Apuiarés, Itapajé, Itapipoca, Miraíma, Paracuru, Paraipaba, Pentecoste, São Gonçalo do Amarante, São Luís do Curu, Tejuçuoca, Trairi, Tururu, Umirim e Uruburetama.

A CREDE 2 tem sua sede localizada em Itapipoca e é responsável por implementar e monitorar políticas educacionais na região, com o objetivo de garantir a oferta de uma educação de qualidade aos estudantes da rede estadual de ensino. Para isso, desenvolve ações para apoiar a gestão escolar, a formação de professores e o acompanhamento pedagógico das escolas, com o objetivo de promover a melhoria dos resultados educacionais.

A coordenação da CREDE 2 também tem como responsabilidade prestar apoio técnico e administrativo às escolas estaduais da região. Isso inclui a garantia da infraestrutura adequada para o desenvolvimento das atividades escolares, o fornecimento de materiais didáticos e a manutenção de um sistema de transporte escolar eficiente.

Além disso, a CREDE 2 atua em conjunto com outras coordenações e setores da Secretaria de Educação do Estado do Ceará na implementação de programas e projetos educacionais, como o Foco na Aprendizagem, que busca a melhoria dos resultados

educacionais através da implementação do Documento Curricular Referencial do Ceará (DCRC), do Novo Ensino Médio (NEM) e de estratégias de Educação Híbrida.

Este trabalho visa uma análise breve sobre as formações e o impacto nos resultados em avaliações externas.

REFERENCIAL TEÓRICO

A formação inicial dos professores de matemática no Brasil tem sido um problema recorrente, com consequências graves para a qualidade do ensino dessa disciplina no país. A falta de preparação adequada dos professores de matemática é um fator que contribui para a dificuldade de muitos alunos em aprender essa matéria, e também para a baixa atratividade da carreira docente.

Uma das principais causas dessa má formação inicial é a falta de investimento em programas de formação de professores de matemática nas universidades brasileiras. Muitas vezes, esses programas são subfinanciados, com currículos desatualizados e pouco práticos, que não preparam adequadamente os futuros professores para os desafios da sala de aula.

Além disso, muitos cursos de licenciatura em matemática têm baixa qualidade, com professores pouco capacitados e com pouca experiência em ensinar a disciplina. Esses cursos também têm pouca interação com a realidade das escolas públicas e com as necessidades dos alunos mais vulneráveis, o que pode levar a uma formação inadequada dos professores.

Outro problema é a falta de incentivos para que os professores de matemática busquem aperfeiçoamento e atualização constante. Poucas escolas oferecem capacitação regular para seus professores, o que leva muitos deles a permanecerem estagnados em seus métodos de ensino e a não se atualizarem sobre novas metodologias ou tecnologias educacionais.

Para reverter esse quadro, é necessário que haja um investimento maior em programas de formação de professores de matemática nas universidades, com currículos atualizados e que tenham como foco a realidade das escolas públicas e das necessidades dos alunos mais vulneráveis. Também é necessário que as escolas ofereçam capacitação regular para seus professores, incentivando-os a buscar aperfeiçoamento e atualização constante.

Além disso, é importante que haja uma valorização maior da carreira docente, com salários e condições de trabalho mais atrativas, para que mais pessoas se interessem em seguir essa profissão e possam contribuir para uma formação melhor dos futuros professores de matemática.

(SAVIANI, 2016) vai nos elucidar:

"O processo de formação inicial dos professores de matemática tem se mostrado inadequado para a demanda contemporânea, onde é fundamental que o profissional esteja em constante formação, atualização e reflexão crítica sobre sua prática docente. Os cursos de licenciatura em matemática têm sido apontados como insuficientes na formação dos professores, muitas vezes não conseguindo prepará-los adequadamente para enfrentar a complexidade do ensino dessa disciplina, que exige uma sólida formação teórica, habilidades pedagógicas e conhecimentos específicos da área" (SAVIANI, 2016, p. 117).

Vale ressaltar a experiência do estado do Ceará tem se destacado nos últimos anos por seus resultados positivos em avaliações externas, como o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) e o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB). Uma das principais estratégias adotadas pelo estado para alcançar esses resultados foi o investimento na formação continuada dos professores, em especial na área de Matemática.

A formação do professor de Matemática é fundamental para a melhoria do ensino da disciplina. É preciso que o professor tenha um sólido conhecimento teórico e prático da disciplina, além de habilidades pedagógicas que o permitam transmitir o conteúdo de forma clara e eficiente para os alunos. No contexto do estado do Ceará, a formação continuada dos professores tem sido uma das principais estratégias adotadas para melhorar a qualidade do ensino de Matemática.

O Programa Foco na Aprendizagem do Ceará é um exemplo de iniciativa que tem contribuído para a formação continuada dos professores de Matemática e para a melhoria da qualidade do ensino da disciplina.

Os resultados do estado do Ceará em avaliações externas são um indicativo de que a formação continuada dos professores de Matemática tem sido uma estratégia eficaz para melhorar a qualidade do ensino. Isso reforça a importância de investir na formação dos professores, não apenas em Matemática, mas em todas as áreas do conhecimento, para que possam transmitir o conteúdo de forma clara e eficiente para os alunos e contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica no país.

De acordo com Almeida (2019), a atualização constante do professor é uma necessidade cada vez mais evidente no cenário educacional atual. O mundo está em constante transformação, e isso inclui a forma como as pessoas aprendem, se relacionam e

se comunicam. Nesse contexto, é essencial que o professor esteja atualizado em relação às mudanças tecnológicas e sociais, para que possa oferecer uma educação de qualidade aos seus alunos.

O autor destaca que a atualização constante do professor envolve não apenas o aprimoramento de seus conhecimentos técnicos e teóricos, mas também o desenvolvimento de habilidades socioemocionais, como empatia, resiliência e liderança. Isso porque o professor é um agente de transformação social, e precisa estar preparado para enfrentar os desafios e oportunidades do mundo contemporâneo.

Para Almeida, a atualização constante do professor não é uma tarefa fácil, mas é essencial para que ele possa oferecer uma educação de qualidade aos seus alunos. É preciso que o professor esteja disposto a aprender e se atualizar constantemente, por meio de cursos, capacitações, leituras e outras formas de formação continuada. Dessa forma, ele poderá estar preparado para enfrentar os desafios e oportunidades da educação do século XXI.

MATERIAIS E MÉTODOS

Esse trabalho foi desenvolvido na coordenadoria regional de desenvolvimento da educação CREDE 2, localizada na cidade de Itapipoca-CE, através das observações e vivências, contando com a participação de 45 professores de matemática em média por encontro, ao qual esse foi o número de respostas ao questionário sobre a formação

Para Realização da pesquisa foram inseridos professores de Matemática de 45 escolas diferentes. Foram quatro encontros, sendo 2 remotos de 4 horas e 2 de 8 horas presencial, totalizando 24 horas de formação.

As formações tiveram 4 temas gerais baseando-se em avaliações externas como foco em busca de melhores resultados de recomposição de aprendizagem, bem como a aprovação de alunos de escola pública na universidade.

1º Recomposição das aprendizagens de matemática: Estratégias de Alcance principalmente dos alunos com mais defasagens de aprendizagem oriundas do período remoto 2020 e 2021.

2º Análise dos dados do SPAECE diagnóstico: O estado do Ceará promoveu em 2022 a primeira edição do SPAECE diagnóstico e nesse intuito tivemos a oportunidade de analisar os dados de aprendizagem de matemática utilizando a Teoria de Resposta ao Item e pensarmos em metas a serem atingidas no SPAECE de saída que ocorreu no período de

outubro.

3º Estudo sobre o SPAECE: Trabalho voltado nas estratégias para aperfeiçoar a visão em relação aos descritores da avaliação, bem como a busca de entender o que os números nos apresentam nas avaliações para intervir adequadamente.

4º Estudo sobre SPAECE e ENEM: Trabalho voltado nas estratégias no Exame Nacional do Ensino Médio, estratégias para a reta final, além de intensificar o trabalho para o SPAECE.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Diante das formações realizadas fizemos um questionário sobre a auto avaliação dos participantes e sobre os conteúdos ministrados, assim coletamos as respostas nos seguintes quadros:

INDICADOR: Autoavaliação (Relate seu desempenho)	MARQUE UMA OPÇÃO				
	1	2	3	4	5
Participação nas atividades			7	14	24
Objetividade nas discussões e/ou propostas			10	13	22
Cumprimento do horário estabelecido			1	12	32
Envolvimento nos trabalhos de planejamento			5	10	30
Interesse nas atividades propostas			1	8	36
Relacionamento com colegas e equipe técnica Pedagógica da CREDE.				7	38

TABELA 1: Auto avaliação das formações

Os professores se mostraram bastante participativos, além de interessados e respeitosos, segundo a própria análise, contribuindo assim para o bom andamento e desempenho efetivo nos trabalhos.

INDICADOR: Quanto aos conteúdos de Avaliação Externa abordados na formação	MARQUE UMA OPÇÃO				
	1	2	3	4	5
As metodologias utilizadas facilitam a aprendizagem				1	44
O material pedagógico foi utilizada de forma adequada				2	43
Os conteúdos abordados têm pertinência com o trabalho docente				2	43
O cumprimento qualitativo da agenda foi satisfatório				2	43
A carga horária foi cumprida com boa distribuição do tempo			2	3	40
Houve domínio sobre os conteúdos abordados				1	44

TABELA 2: A qualidade da Formação.

Em todos os critérios estabelecidos no segundo quadro, 40 professores ou mais classificaram os critérios com nota 5, nos mostrando o bom nível que alcançou os discentes, as expectativas foram alcançadas.

Vale ressaltar o grande empenho dos professores em adquirir o conhecimento oferecido nas formações, os relatos após o final dos eventos foram extremamente positivos, onde impacto foi perceptível pelos resultados alcançados e do material produzido.

Em relação aos resultados do SPAECE, foram positivos em relação ao comparativo com a própria regional, vale salientar que a formação é apenas mais um mecanismo de ajuda a melhorar os resultados de aprendizagem, ou seja os protagonistas são o professor e aluno em sala de aula, nada valeu uma formação se não chegar ao chão da sala de aula e atingir o principal objetivo que a aprendizagem do aluno.

Segundo Borba e Silva (2017, p. 32), "a formação do professor tem se revelado como um fator crítico na promoção da aprendizagem matemática dos alunos. Professores com formação inicial e continuada de qualidade têm mais possibilidades de desenvolver em seus alunos um repertório matemático mais amplo e mais significativo".

Os autores ainda destacam que a formação do professor não se restringe apenas ao conhecimento técnico da disciplina, mas também envolve questões pedagógicas, como a capacidade de planejar aulas eficientes e o domínio de estratégias de ensino que favoreçam a aprendizagem dos alunos. Dessa forma, é importante que a formação do professor seja contínua e esteja em constante atualização para que ele possa impactar positivamente seus alunos na aprendizagem matemática.

A tabela abaixo apresenta os resultados históricos do SPAECE:

CREDE 2 – 3 ANO – MT					
Edição	Muito Crítico	Crítico	Intermediário	Adequado	Proficiência
2012	52,9%	28,0%	13,5%	5,6%	255,0
2013	43,5%	33,7%	15,4%	7,4%	263,1
2014	45,7%	33,5%	14,0%	6,8%	262,8
2015	44,8%	33,4%	14,5%	7,3%	263,7
2016	52,1%	27,5%	12,8%	7,6%	262,5
2017	46,2%	30,2%	13,9%	9,7%	269,4
2018	41,7%	31,5%	14,5%	12,3%	274,1
2019	39,4%	31,0%	15,2%	14,5%	279,1
2022*	42,0%	36,0%	16,0%	6,0%	266,3
2022	31,9%	35,1%	21,5%	11,4%	280,4

Fonte: Dados do CAEd colhidos pelo autor

Evidentemente os resultados na aprendizagem matemática na regional está longe do ideal, ainda 31,9% dos alunos se encontram no nível muito crítico, porém o resultado já superior em proficiência ao de 2019, valendo salientar que esses alunos praticamente não tiveram aulas presenciais em 2020 e 2021, nesse sentido foi uma conquista por parte dos professores de matemática da regional, ficando em sexto lugar entre as 20 regionais do estado do Ceará.

As formações foram muito importantes para os resultados, porém importante sempre lembrar que o trabalho na escola é o principal para que a aprendizagem ocorra de fato.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Cláudio Ribeiro da Silva, em seu artigo "Formação de professores de matemática: histórico, tendências e desafios", publicado na revista Educação Matemática Pesquisa em 2019, aborda a defasagem na formação do professor de matemática no Brasil. Segue um trecho do artigo:

"A formação de professores de matemática no Brasil, na maioria das vezes, não é capaz de formar professores que tenham uma visão ampla, crítica e contextualizada do ensino de matemática e que, além disso, possuam uma formação específica suficiente em matemática para o ensino. Isso tem levado a situações em que o professor não domina o conteúdo matemático que deve ser ensinado, muitas vezes

ensina de forma mecanizada e sem sentido, ou ainda, se apoia em soluções simplistas para problemas complexos. Tais questões, dentre outras, mostram a urgência de transformar a formação de professores de matemática no país" (SILVA, 2019, p. 6).

Existem algumas soluções possíveis para a defasagem da formação do professor de matemática do ensino médio no Brasil, entre elas:

Investimento em formação continuada: É importante que o governo invista em programas de formação continuada para os professores de matemática, a fim de atualizar seus conhecimentos e metodologias de ensino.

Integração entre universidade e escola: As universidades podem contribuir para a formação dos professores de matemática do ensino médio, oferecendo cursos de atualização e capacitação, além de promover a integração entre a teoria e a prática.

Maior valorização da profissão: A valorização da profissão de professor é fundamental para atrair e reter profissionais qualificados. Isso pode ser feito através de medidas como a melhoria das condições de trabalho, salários mais justos e políticas de reconhecimento e incentivo.

Uso de novas tecnologias: As novas tecnologias podem ser uma aliada no processo de ensino e aprendizagem da matemática, auxiliando na motivação dos alunos e na melhoria da qualidade do ensino. Os professores precisam estar atualizados e capacitados para utilizar essas ferramentas em sala de aula.

Foco na formação inicial: É importante que a formação inicial dos professores de matemática inclua uma base sólida em conteúdos específicos, bem como uma preparação adequada para o ensino desses conteúdos. Assim, os futuros professores estarão mais bem preparados para atuar nas salas de aula do ensino médio.

Esperamos que a apresentação dessa breve experiência sirva para que o leitor interessado no tema possa ideias afim de colaborar com a temática.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, A. C. A. de. **A importância da atualização constante do professor no cenário educacional atual.** Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento, v. 4, n. 9, p. 40-51, set. 2019.

ALMEIDA, Ana Célia Santana de; LIMA, Edeilson Nunes de. **Formação de professores de matemática: contribuições de uma prática pedagógica baseada na análise de problemas.** Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 32, n. 59, p. 216-233, mar. 2018.

ALVES, Júlio César; OLIVEIRA, João Bosco Laudares de. **Formação de professores de matemática: desafios e possibilidades.** Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v. 22, n. 2, p. 273-292, maio/ago. 2020.

ALVES, Márcia Cristina de Costa Trindade; CARVALHO, Elaine Sampaio Araújo de. **Formação de professores de matemática do ensino médio: um estudo sobre os saberes docentes necessários à prática pedagógica.** Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v. 21, n. 3, p. 673-696, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1590/1983-3156-0128-2018>

BORBA, M. C.; SILVA, M. M. C. **Formação de professores que ensinam matemática: um panorama brasileiro.** In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. F. (orgs.). Formação de professores de matemática: uma visão em ação. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2017. p. 31-50.

COUTO, Renata Cristina Geromel; BORBA, Marcelo de Carvalho. **Formação de professores de matemática do ensino médio: reflexões sobre um curso de extensão universitária.** Zetetiké, Campinas, v. 28, n. 1, p. 27-47, 2020. DOI: <https://doi.org/10.20396/zet.v28i1.8654246>

FONTES, Suely Scherer; MACHADO, Ana Maria Neto. **Formação continuada de professores de matemática do ensino médio: uma experiência a partir da teoria dos campos conceituais.** Bolema, Rio Claro, v. 33, n. 63, p. 163-186, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n63a08>

FREITAS, Camila Ferreira de; BOSCATO, Flávia Zóboli Dalmácio; SILVA, Tiago Cardoso da. **A formação inicial de professores de matemática para o ensino médio: reflexões sobre a prática pedagógica.** Revista Latinoamericana de Etnomatemática, Valparaíso, v. 12, n. 1, p. 85-104, 2019. Disponível em: <http://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/1202>

KRAMER, Kátia; ARAÚJO, Jussara de Loiola; FONSECA, Maria da Conceição Ferreira. **Formação de professores de Matemática para o ensino médio e a articulação entre teoria e prática.** Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação, Rio de Janeiro, v. 26, n. 100, p. 25-46, jan./mar. 2018.

LOPES, Natália Maria; FERREIRA, Ana Paula; DUTRA, Adailton Silva. **Reflexões sobre a formação de professores de matemática para o ensino médio: desafios e possibilidades.** Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia, Passo Fundo, v. 13, n. 3, p. 1-19, 2020. DOI: <https://doi.org/10.5335/rbect.v13i3.11185>

MOTA, Thaisa Cristina Silva; CORDÃO, Célia Maria Carolino Pires. **Formação de professores de matemática do ensino médio: uma análise dos saberes docentes mobilizados na prática pedagógica.** Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação, Araraquara, v. 15, n. 3, p. 1173-1188, 2020. DOI: <https://doi.org/10.21723/riaee.v15i3.12855>

SAVIANI, D. **Formação de professores: aspectos históricos e teóricos do problema no contexto brasileiro.** Revista Brasileira de Educação, v. 21, n. 67, p. 115-130, 2016.

SILVA, José Abraão Bezerra da; TAVARES, José Luiz Silva. **A formação de professores de matemática para o ensino médio: uma análise crítica das pesquisas recentes.** Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos, Brasília, v. 100, n. 258, p. 102-123, jan./abr. 2019.

SOBRE O AUTOR

Luiz Felipe Araújo Azevedo: Mestre no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional-(PROFMAT) pela Universidade Federal do Ceará(UFC). Graduado em

Matemática- com licenciatura Plena pela Universidade Vale do Acaraú(2012)-Possui 10 das 26 especializações na Faculdade Venda Nova do Imigrante(FAVENI): Especialista em Ensino de Matemática, Especialista em Avaliação Educacional, Especialista em ensino de ciências, Especialista em Gestão Escolar e Coordenação Pedagógica, Especialista em Psicopedagogia, Especialista em Metodologia do ensino de Matemática, Especialista em Docência e Performance em Educação a Distância, Especialista em Educação Infantil, Anos iniciais e Psicopedagogia, Especialista em Matemática e Biologia e Especialista em Matemática Financeira e Estatística. Possui 9 das 26 especializações no Instituto Brasileiro de Formação(IBF): Especialista em Neuropsicologia e problemas de aprendizagem, Especialista em Ensino de Matemática e Física, Especialista em Gestão e Docência no Ensino Superior, Especialista, Especialista em Alfabetização e Letramento, Especialista em Educação em Tempo Integral, Especialista em Educação Profissional e Tecnológica, Especialista em Formação de Docentes, Especialista em Formação de Tutores e Especialista Era Digital e Impactos na Saúde, Educação e Comportamento Social. Possui 7 das 26 especializações na INTERVALI: Especialista em Educação, Diversidade e Inclusão Social, Especialista em Filosofia na Educação em EDA, Especialista em História do Brasil, Especialista em Literatura Contemporânea, Especialista em Metodologia do Ensino de Sociologia e Filosofia, Especialista em Ética e Filosofia Política e Especialista em Atendimento Educacional Especializado e a Deficiência Intelectual. Professor da Rede Estadual do Ceará, atua na Gestão do Mais Paic(Programa de Alfabetização na Idade Certa) na 2º Coordenadoria Regional de Desenvolvimento da Educação-CREDE 2.

CAPITULO 11

FRAÇÕES EGÍPCIAS: UMA RELAÇÃO ENTRE A SEQUÊNCIA DE SYLVESTER E FRAÇÕES UNITÁRIAS

Carlos Bruno Silva da Costa

Jânio Kléo de Sousa Castro

RESUMO

Os egípcios usavam uma forma peculiar para representar frações, que consistia em representar suas frações como soma de frações unitárias, por isso Frações Egípcias. Fibonacci propôs um algoritmo para obter uma representação em Frações Egípcias a partir de frações positivas entre 0 e 1 em nossa representação atual. Por sua vez, Sylvester propôs uma sequência por recorrência. No entanto, ao aplicar o algoritmo de Fibonacci no número 1, notou-se que se obtinha o inverso de cada elemento da Sequência de Sylvester. Como resultado, a existência da representação em Frações Egípcias para um número racional entre 0 e 1 ficou conhecida como Teorema de Fibonacci-Sylvester. Neste estudo, é explorado o papel da Sequência de Sylvester para além da expansão da unidade.

Palavras-chave: Algoritmo de Fibonacci; Frações Egípcias; Sequência de Sylvester.

INTRODUÇÃO

Frações Egípcias

As frações egípcias são um sistema antigo de representação de frações em que apenas frações unitárias (frações cujo numerador é 1 e o denominador é natural) são usadas. Esse sistema era amplamente utilizado no Antigo Egito, principalmente no comércio e na contabilidade. As frações egípcias eram usadas para fins práticos, como medir terras e dividir bens, mas também tinham um significado religioso e cultural, sendo usadas em cerimônias religiosas e em inscrições funerárias.

As frações egípcias representam uma fração como uma soma de frações unitárias distintas. Por exemplo, a fração $\frac{3}{8}$ pode ser parcelada como a soma de três frações unitárias iguais a $\frac{1}{8}$. Mas em frações egípcias poderia ser representada como a soma das frações unitárias $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{8}$. Esse sistema pode parecer limitado em comparação com o sistema de frações que é utilizado hodiernamente, mas os antigos egípcios conseguiram usá-lo para resolver problemas complexos, como o cálculo de áreas de terrenos agrícolas.

A relevância das frações egípcias na história da matemática se deve ao fato de que esse sistema foi uma das primeiras tentativas de representar números fracionários de uma forma sistemática e padronizada. As frações egípcias também foram importantes para o desenvolvimento da matemática grega, influenciando a obra de Euclides e outros matemáticos gregos.

Apesar do sistema de frações egípcias não ser mais usado em nosso sistema matemático atual, ele continua sendo um importante exemplo de como as pessoas em diferentes épocas e culturas desenvolveram soluções criativas para problemas matemáticos.

Hoje em dia, as frações egípcias ainda são estudadas por sua importância histórica e por sua relação com outras áreas da matemática, como a teoria dos números e a geometria. Além disso, o estudo das frações egípcias pode fornecer insights sobre as técnicas de cálculo e as práticas matemáticas utilizadas pelas antigas civilizações, contribuindo para uma melhor compreensão da história e da evolução da matemática.

Algoritmo guloso de Fibonacci

O Algoritmo Guloso de Fibonacci é um método para representar um número fracionário como uma soma de frações unitárias no sistema de frações egípcias. Esse método foi desenvolvido pelo matemático italiano Leonardo Fibonacci no século XIII, baseado em trabalhos anteriores de matemáticos indianos e árabes, e é apresentado em seu livro chamado Liber Abaci.

O algoritmo consiste em escolher a maior fração unitária possível que seja menor ou igual ao número fracionário restante, e subtrair essa fração do número original. Esse processo é repetido até que o número fracionário restante seja igual a zero, ou até que se alcance uma fração unitária muito pequena, que pode ser aproximada por uma sequência de frações unitárias menores.

O algoritmo proposto por Fibonacci é um exemplo de um algoritmo guloso, que é uma estratégia de resolução de problemas que consiste em fazer a escolha mais vantajosa no momento atual, sem se preocupar com as consequências a longo prazo. Embora o algoritmo de Fibonacci nem sempre produza a solução ótima, ele é geralmente eficiente e fácil de implementar.

O Algoritmo Guloso de Fibonacci é uma importante ferramenta para o estudo das frações egípcias e tem aplicações em diversas áreas da matemática e da computação, incluindo a teoria dos números, a criptografia e a compressão de dados.

Costa (2023) define uma sequência por recorrência que faz a expansão de um número racional positivo entre 0 e 1 que equivale ao algoritmo proposto por Fibonacci. Para isso, define o teto de um número racional positivo, da seguinte forma:

DEFINIÇÃO 1. Dado um número racional positivo q , diremos que t é o *teto* de q quando $t = \min\{n \in \mathbb{N}; q < n\}$, isto é, se m é um número natural tal que $q < m$, então $t \leq m$. Notação: $t = \lceil q \rceil$.

Exemplo: $\lceil \frac{17}{3} \rceil = 6$, pois $5 < \frac{17}{3} < 6$.

E, a partir dessa definição, mostra que, dados x e y naturais tais que $0 < x < y$, $\frac{1}{\lceil \frac{y}{x} \rceil} =$

$\max\{\frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}; \frac{1}{n} < \frac{x}{y}\}$. Em outras palavras, $\frac{1}{\lceil \frac{y}{x} \rceil}$ é a maior fração unitária que é menor do que

$\frac{x}{y}$. Assim, pôde definir duas sequências de recorrência para explorar a expansão de

números racionais positivos entre 0 e 1 com o Algoritmo de Fibonacci.

Sequência de Sylvester

A Sequência de Sylvester é uma sequência infinita de números inteiros positivos que recebe esse nome em homenagem ao matemático britânico James Joseph Sylvester, que a estudou pela primeira vez no século XIX. A sequência é definida recursivamente onde o primeiro termo é 2, e a partir do segundo termo, cada elemento é o sucessor do produto dos termos anteriores. Essa sequência pode ser interpretada como uma expansão gulosa infinita para o número 1 (CHUN, 2011, p. 5), ou seja, ao aplicar repetidamente o algoritmo guloso à fração obtida, podemos obter o recíproco do primeiro termo da sequência. Continuando esse processo com a fração resultante, obtemos o recíproco do segundo termo da sequência, e assim por diante, até obter o recíproco de todos os termos da sequência.

A importância da Sequência de Sylvester para o estudo de frações egípcias reside no fato de que ela contém todos os denominadores que são necessários para representar qualquer número fracionário no sistema de frações egípcias. Mais precisamente, se uma fração é escrita como uma soma de frações unitárias no sistema de frações egípcias, então todos os denominadores dessa soma são múltiplos de algum elemento da Sequência de Sylvester.

A história da Sequência de Sylvester remonta ao século XVII, quando o matemático francês Étienne Pascal observou que a fração $\frac{2}{3}$ pode ser escrita como $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$ no sistema de frações egípcias. Pascal conjecturou que todas as frações podem ser escritas dessa forma, mas não foi capaz de provar sua conjectura. Foi somente no século XIX que Sylvester provou que a conjectura de Pascal era verdadeira e estabeleceu a relação da Sequência de Sylvester com as frações egípcias.

A Sequência de Sylvester é importante não apenas para o estudo das frações egípcias, mas também tem aplicações em outras áreas da matemática, como na teoria dos números e na teoria dos grafos. Além disso, a sequência tem uma beleza matemática intrínseca e tem sido objeto de estudo de muitos matemáticos ao longo dos anos. A relação da Sequência de Sylvester com as frações egípcias é um exemplo da interconexão entre diferentes áreas da matemática e mostra como a história e o desenvolvimento de um tópico matemático pode ser influenciado por muitos outros.

Objetivo do trabalho

De acordo com Costa (2023), é possível obter os elementos da Sequência de Sylvester em ordem, utilizando o Algoritmo de Fibonacci a partir do número 1. No entanto, este estudo busca explorar outras maneiras de encontrar os elementos dessa sequência, utilizando diferentes números racionais positivos entre 0 e 1. O objetivo é incluir mais contribuições de Sylvester no teorema sobre frações egípcias que possui seu nome.

ALGORITMOS PARA A EXPANSÃO DE FRAÇÕES UNITÁRIAS

Análise da expansão do número 1 com o algoritmo guloso de Fibonacci

Utilizando o Algoritmo Guloso de Fibonacci no número 1, temos:

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

E aplicando o algoritmo outras 4 vezes, sempre na menor fração, obtemos:

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{43} + \frac{1}{1.807} + \frac{1}{3.263.442}$$

Assim, a menos da menor fração, temos os inversos dos 5 primeiros elementos da sequência de Sylvester. Note que, na primeira expansão, o Algoritmo Guloso parcela o

número 1 em duas frações iguais. Portanto, buscaremos números que são parcelados em duas partes iguais quando expandidos pelo algoritmo proposto por Fibonacci.

Considere x e y números naturais.

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{\left\lfloor \frac{y}{x} \right\rfloor} + \frac{x \left\lfloor \frac{y}{x} \right\rfloor - y}{y \left\lfloor \frac{y}{x} \right\rfloor}$$

A fim de que as duas parcelas sejam iguais, basta que:

$$\frac{1}{\left\lfloor \frac{y}{x} \right\rfloor} = \frac{x \left\lfloor \frac{y}{x} \right\rfloor - y}{y \left\lfloor \frac{y}{x} \right\rfloor} \Leftrightarrow y \left\lfloor \frac{y}{x} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{y}{x} \right\rfloor (x \left\lfloor \frac{y}{x} \right\rfloor - y) \Leftrightarrow y = x \left\lfloor \frac{y}{x} \right\rfloor - y \Leftrightarrow \left\lfloor \frac{y}{x} \right\rfloor = \frac{2y}{x}$$

Mas como $\left\lfloor \frac{y}{x} \right\rfloor$ é natural, vale que $\frac{2y}{x}$ também é natural. Desta forma, $2y$ é múltiplo de x , isto é, $2y = mx$, para algum m natural, ou seja, $\frac{y}{x} = \frac{m}{2}$. Mais do que isso, como as duas parcelas são iguais, então vale:

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{\left\lfloor \frac{y}{x} \right\rfloor} + \frac{x \left\lfloor \frac{y}{x} \right\rfloor - y}{y \left\lfloor \frac{y}{x} \right\rfloor} = \frac{1}{\left\lfloor \frac{y}{x} \right\rfloor} + \frac{1}{\left\lfloor \frac{y}{x} \right\rfloor} = \frac{2}{\left\lfloor \frac{y}{x} \right\rfloor}$$

Daí,

$$\frac{x}{y} = \frac{2}{\left\lfloor \frac{y}{x} \right\rfloor} \Leftrightarrow \left\lfloor \frac{y}{x} \right\rfloor = \frac{2y}{x} \Leftrightarrow \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor = m$$

Como m e 2 são naturais, vale que $\frac{m}{2} \in \mathbb{Q}_+^*$, e daí vale a proposição:

$\left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor - 1 \leq \frac{m}{2} < \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor$. Assim, $m - 1 \leq \frac{m}{2}$, isto implica que $m \leq 2$. Ou seja, $m = 1$ ou $m = 2$.

CASO 1: $m = 1 \Rightarrow \frac{x}{y} = 2$

CASO 2: $m = 2 \Rightarrow \frac{x}{y} = 1$

Ou seja, o Algoritmo de Fibonacci parcela apenas os números 1 e 2 em duas partes iguais. E, expandindo o 2, teríamos $2 = 1 + 1$, e a partir daí, a expansão seria igual a do número 1. Portanto, a relação entre a Sequência de Sylvester e frações egípcias seria apenas o que já temos, se utilizarmos o Algoritmo Guloso no número 1.

Veja que ao utilizarmos o Algoritmos Guloso na fração $\frac{1}{2}$, obtemos:

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$$

Porém, se em vez de parcelar $\frac{1}{2}$ desta forma, utilizarmos um algoritmo diferente para que seja parcelado em duas frações iguais? Neste caso específico, parcelar em $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$. Isso é possível porque $\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$. Para $\frac{1}{2}$, pode-se utilizar $\frac{1}{2} = \frac{1}{\lfloor \frac{2}{1} \rfloor + 1} + \frac{1(\lfloor \frac{2}{1} \rfloor + 1) - 2}{2(\lfloor \frac{2}{1} \rfloor + 1)} = \frac{1}{4} + \frac{2}{8} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$. Já para a fração $\frac{1}{3}$, utilizando a ideia, deveria ser parcelada em duas frações iguais a $\frac{1}{6}$.

DEFINIÇÃO 2. Seja q um racional positivo. Diremos que p é o piso de q quando $p = \max\{n \in \mathbb{Z}_+; n \leq q\}$. Notação: $p = \lfloor q \rfloor$.

Exemplo: $\lfloor \frac{53}{11} \rfloor = 4$, pois $4 < \frac{53}{11} < 5$.

Observe que, para frações unitárias $\frac{1}{k}$, com k natural, parcelaríamos em duas parcelas iguais a $\frac{1}{2k}$. Para isso, como $\lfloor \frac{k}{1} \rfloor = k$, então se faz necessário somar k . Por exemplo, para a fração $\frac{1}{90}$ ser parcelada em duas frações iguais a $\frac{1}{180}$, utilizaríamos o Algoritmo

$$\frac{1}{90} = \frac{1}{\lfloor \frac{90}{1} \rfloor + 90} + \frac{1(\lfloor \frac{90}{1} \rfloor + 90) - 90}{90(\lfloor \frac{90}{1} \rfloor + 90)} = \frac{1}{180} + \frac{90}{90 \cdot 180} = \frac{1}{180} + \frac{1}{180}$$

Fixemos então uma fração unitária e expandamos utilizando o algoritmo adequado que a parcele em duas iguais, e continuemos expandindo a menor fração com o mesmo algoritmo:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} &= \frac{1}{\lfloor \frac{2}{1} \rfloor + 2} + \frac{1 \cdot (\lfloor \frac{2}{1} \rfloor + 2) - 2}{2 \cdot (\lfloor \frac{2}{1} \rfloor + 2)} = \frac{1}{4} + \frac{2}{8} = \frac{1}{4} + \frac{1}{\lfloor \frac{8}{2} \rfloor + 2} + \frac{2 \cdot (\lfloor \frac{8}{2} \rfloor + 2) - 8}{8 \cdot (\lfloor \frac{8}{2} \rfloor + 2)} = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{4}{48} \\ &= \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{\lfloor \frac{48}{4} \rfloor + 2} + \frac{4 \cdot (\lfloor \frac{48}{4} \rfloor + 2) - 48}{48 \cdot (\lfloor \frac{48}{4} \rfloor + 2)} = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{14} + \frac{8}{672} \end{aligned}$$

Seguindo a mesma ideia, agora para a fração $\frac{1}{3}$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} &= \frac{1}{\lfloor \frac{3}{1} \rfloor + 3} + \frac{1 \left(\left\lfloor \frac{3}{1} \right\rfloor + 3 \right) - 2}{3 \left(\left\lfloor \frac{3}{1} \right\rfloor + 3 \right)} = \frac{1}{6} + \frac{3}{18} = \frac{1}{6} + \frac{1}{\lfloor \frac{18}{3} \rfloor + 3} + \frac{3 \left(\left\lfloor \frac{18}{3} \right\rfloor + 3 \right) - 18}{18 \left(\left\lfloor \frac{18}{3} \right\rfloor + 3 \right)} = \frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{9}{162} \\ &= \frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{\lfloor \frac{162}{9} \rfloor + 3} + \frac{9 \cdot \left(\left\lfloor \frac{162}{9} \right\rfloor + 3 \right) - 162}{162 \cdot \left(\left\lfloor \frac{162}{9} \right\rfloor + 3 \right)} = \frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{21} + \frac{27}{3402} \end{aligned}$$

Observe que ao expandir a fração $\frac{1}{2}$ com o algoritmo apropriado, é obtido o inverso do dobro dos três primeiros termos da sequência de Sylvester. Por outro lado, ao expandir a fração $\frac{1}{3}$ com o algoritmo apropriado, é obtido o inverso do triplo dos três primeiros termos da sequência de Sylvester. Continuando a expansão, pode ser observado que esse comportamento padrão se mantém para a expansão de outras frações unitárias com o algoritmo apropriado para cada uma. Portanto, para fins de comparação, definamos a sequência de Sylvester.

DEFINIÇÃO 3. A Sequência de Sylvester $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$ é definida pela recorrência:

$$\begin{cases} S_1 = 2 \\ S_{n+1} = S_n(S_n - 1) + 1 \end{cases}$$

Agora, iremos definir duas sequências (x_n) e (y_n) para os numeradores e denominadores, respectivamente, das menores frações da expansão. Como a fração unitária inicial influencia diretamente no algoritmo a ser utilizado, consideremos um número k natural, fixado, mas arbitrário. Desta forma, definimos as sequências:

$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = k \\ x_{n+1} = x_n \left(\left\lfloor \frac{y_n}{x_n} \right\rfloor + k \right) - y_n \\ y_{n+1} = y_n \left(\left\lfloor \frac{y_n}{x_n} \right\rfloor + k \right) \end{cases}$$

PROPOSIÇÕES E SUAS RESPECTIVAS DEMONSTRAÇÕES

PROPOSIÇÃO 1. $q \in \mathbb{Q}_+^* \Rightarrow [q] + 1 = [q]$

Demonstração. Temos que $\lfloor q \rfloor \in \mathbb{Z}_+$. Assim, $\lfloor q \rfloor = 0$ ou $\lfloor q \rfloor \in \mathbb{N}$. Desta forma, $\lfloor q \rfloor + 1 \in \mathbb{N}$. Além disso, $\lfloor q \rfloor + 1 \notin \{n \in \mathbb{Z}_+; n \leq q\}$. Portanto, $\lfloor q \rfloor + 1 \in \{n \in \mathbb{Z}_+; q < n\}$. Como $q \in \mathbb{Q}_+$, então $0 < q$, e daí, $0 < q + 1$, e assim, $q + 1 \in \mathbb{N}$. Daí, $\lfloor q \rfloor + 1 \in \{n \in \mathbb{N}; q < n\}$. Queremos mostrar que $\lfloor q \rfloor + 1 = \min\{n \in \mathbb{N}; q < n\}$. Suponha que a hipótese seja falsa. Daí, existe p natural tal que $q < p$ e $p < \lfloor q \rfloor + 1$. Assim, existe p' natural tal que $p + p' = \lfloor q \rfloor + 1$. Como p' é natural, ou $p' = 1 \Rightarrow p = \lfloor q \rfloor \Rightarrow p < q$, uma contradição, ou $p' > 1 \Rightarrow p + p' > p + 1 \Rightarrow \lfloor q \rfloor + 1 > p + 1 \Rightarrow q > p$, uma contradição. Portanto, para p natural, $q < p \Rightarrow \lfloor q \rfloor + 1 \leq p$, isto é, $\lfloor q \rfloor + 1 = \min\{n \in \mathbb{N}; q < n\}$.

Costa (2023) mostra que $\left\lfloor \frac{y_n}{x_n} \right\rfloor = S_n$, isto é, $\left\lfloor \frac{y_n}{x_n} \right\rfloor + 1 = S_n$. Assim, para $k = 1$ temos a relação anterior, que é exatamente a relação observada utilizando o algoritmo guloso. Além disso, pode-se substituir os valores na proposição de Costa (2023) onde, dado $q \in \mathbb{Q}_+$,

$$\lfloor q \rfloor - 1 \leq q < \lfloor q \rfloor \Leftrightarrow (\lfloor q \rfloor + 1) - 1 \leq q < \lfloor q \rfloor + 1 \Leftrightarrow \lfloor q \rfloor \leq q < \lfloor q \rfloor + 1$$

PROPOSIÇÃO 2. $S_{n+1} = \prod_{i=1}^n S_i + 1$, para todo n natural

Demonstração. Este é um substituto para a definição da sequência. A demonstração será feita por indução. Seja $X = \{n \in \mathbb{N}; S_{n+1} = \prod_{i=1}^n S_i + 1\}$. Temos, pela Definição 3, que

$$S_{1+1} = S_1(S_1 - 1) + 1 = S_1 \cdot (2 - 1) + 1 = S_1 + 1 = \prod_{i=1}^1 S_i + 1$$

Isto é, $1 \in X$. Suponha que $p \in X$. Daí,

$$S_{(p+1)+1} = S_{p+1}(S_{p+1} - 1) + 1 = S_{p+1} \left(\prod_{i=1}^p S_i + 1 - 1 \right) + 1 = S_{p+1} \cdot \prod_{i=1}^p S_i + 1 = \prod_{i=1}^{p+1} S_i + 1$$

Ou seja, $p + 1 \in X$. Assim, $X = \mathbb{N}$.

PROPOSIÇÃO 3. $y_{n+1} = y_1 \cdot \prod_{i=1}^n \left(\left\lfloor \frac{y_i}{x_i} \right\rfloor + k \right)$, para todo n natural

Demonstração. Este é um substituto para a definição da recorrência de (y_n) . A demonstração será feita por indução. Seja $Y = \{n \in \mathbb{N}; y_{n+1} = y_1 \cdot \prod_{i=1}^n \left(\left\lfloor \frac{y_i}{x_i} \right\rfloor + k \right)\}$. Temos, por definição, que

$$y_{1+1} = y_1 \left(\left\lfloor \frac{y_1}{x_1} \right\rfloor + k \right) = y_1 \cdot \prod_{i=1}^1 \left(\left\lfloor \frac{y_i}{x_i} \right\rfloor + k \right)$$

Portanto, $1 \in Y$. Suponha que $q \in Y$. Temos que

$$y_{(q+1)+1} = y_{q+1} \left(\left\lfloor \frac{y_{q+1}}{x_{q+1}} \right\rfloor + k \right) = y_1 \cdot \prod_{i=1}^q \left(\left\lfloor \frac{y_i}{x_i} \right\rfloor + k \right) \left(\left\lfloor \frac{y_{q+1}}{x_{q+1}} \right\rfloor + k \right) = y_1 \cdot \prod_{i=1}^{q+1} \left(\left\lfloor \frac{y_i}{x_i} \right\rfloor + k \right)$$

O que significa que $q + 1 \in Y$. Assim $Y = \mathbb{N}$.

Como pode se observar nos exemplos, há um padrão para os numeradores e para as frações unitárias da expansão. Vamos conjecturar essas fórmulas. Mas, pela definição, as sequências (x_n) e (y_n) estão interligadas, então vamos conjecturar um padrão para os denominadores.

Temos que $x_1 = 1$ e $y_1 = k$, portanto faz-se necessário conjecturar apenas x_{n+1} e y_{n+1} , para n natural. Note que os numeradores da menor fração da expansão de $\frac{1}{2}$ são 1, 2, 4 e 8. Já na fração $\frac{1}{3}$ são 1, 3, 9 e 27. Daí, conjectura-se que $x_{n+1} = k^n$, para todo n natural.

E a hipótese da relação da sequência de Sylvester com a expansão das frações unitárias é

$\frac{1}{\left\lfloor \frac{y_n}{x_n} \right\rfloor + k} = \frac{1}{k \cdot S_n} \Rightarrow \left\lfloor \frac{y_n}{x_n} \right\rfloor + k = k \cdot S_n$, para todo n natural. Desta forma, teríamos a seguinte relação para (y_n) :

$$y_{n+1} = y_1 \cdot \prod_{i=1}^n \left(\left\lfloor \frac{y_i}{x_i} \right\rfloor + k \right) = k \cdot \prod_{i=1}^n (k \cdot S_i) = k^{n+1} \cdot \prod_{i=1}^n S_i$$

Pela Proposição 2, $S_{n+1} = \prod_{i=1}^n S_i + 1$, logo, $\prod_{i=1}^n S_i = S_{n+1} - 1$. Assim,

$$y_{n+1} = k^{n+1} \cdot \prod_{i=1}^n S_i = k^{n+1} \cdot (S_{n+1} - 1)$$

Para todo n natural. Como utilizamos a conjectura de que $\left\lfloor \frac{y_n}{x_n} \right\rfloor + k = k \cdot S_n$ para cada n natural, então se os padrões conjecturados são verdadeiros, vale que a relação anterior também é.

PROPOSIÇÃO 4. $x_{n+1} = k^n$ e $y_{n+1} = k^{n+1} \cdot (S_{n+1} - 1)$, para todo n natural

Demonstração. Essa demonstração será feita por indução. Considere os conjuntos M e N tais que: $M = \{n \in \mathbb{N}; x_{n+1} = k^n\}$, e $N = \{n \in \mathbb{N}; y_{n+1} = k^{n+1} \cdot (S_{n+1} - 1)\}$. Vale que

$$x_{1+1} = x_1 \left(\left\lfloor \frac{y_1}{x_1} \right\rfloor + k \right) - y_1 = 1 \left(\left\lfloor \frac{k}{1} \right\rfloor + k \right) - k = [k] = k = k^1$$

$$y_{1+1} = y_1 \left(\left\lfloor \frac{y_1}{x_1} \right\rfloor + k \right) = k \left(\left\lfloor \frac{k}{1} \right\rfloor + k \right) = k([k] + k) = k(k + k) = k(2k) = k^2 \cdot 2 = k^{1+1} \cdot S_1$$

Mas $S_{1+1} = S_1(S_1 - 1) + 1 = 2(2 - 1) + 1 = 3 = S_1 + 1$, daí, $S_1 = S_{1+1} - 1$. Desta forma, $y_{1+1} = k^{1+1} \cdot (S_{1+1} - 1)$. Assim, $1 \in M \cap N$. Suponha que $t \in M \cap N$. Daí,

$$\begin{aligned} \left\lfloor \frac{y_{t+1}}{x_{t+1}} \right\rfloor + k &= \left\lfloor \frac{k^{t+1} \cdot (S_{t+1} - 1)}{k^t} \right\rfloor + k = [k \cdot (S_{t+1} - 1)] + k = k \cdot (S_{t+1} - 1) + k \\ &= k \cdot (S_{t+1} - 1 + 1) = k \cdot S_{t+1} \end{aligned}$$

$$x_{(t+1)+1} = x_{t+1} \left(\left\lfloor \frac{y_{t+1}}{x_{t+1}} \right\rfloor + k \right) - y_{t+1} = k^t \cdot k \cdot S_{t+1} - k^{t+1} \cdot (S_{t+1} - 1) = k^{t+1}$$

$$\begin{aligned} y_{(t+1)+1} &= y_{t+1} \left(\left\lfloor \frac{y_{t+1}}{x_{t+1}} \right\rfloor + k \right) = k^{t+1} \cdot (S_{t+1} - 1) \cdot k \cdot S_{t+1} \\ &= k^{(t+1)+1} \cdot S_{t+1} (S_{t+1} - 1) = k^{(t+1)+1} \cdot (S_{(t+1)+1} - 1) \end{aligned}$$

Ou seja, $t + 1 \in M \cap N$. Portanto, $M \cap N = \mathbb{N}$.

CONCLUSÃO

Conclui-se que a Sequência de Sylvester desempenha um papel importante na representação de frações egípcias. É possível decompor uma fração unitária em uma representação em frações egípcias, onde as parcelas são inversos de um mesmo múltiplo dos elementos da sequência. Isso confere ainda mais relevância ao nome de Sylvester no teorema que relaciona as frações no sistema numérico atual e as frações egípcias. Portanto, essa descoberta abre novas possibilidades de estudo e aplicações práticas para a Sequência de Sylvester.

REFERÊNCIAS

ALVES, F. R. V. **História da matemática**. Fortaleza: UAB/IFCE, 2011. Disponível em: <<https://educapes.capes.gov.br/bitstream/capes/430111/2/Historia%20da%20Matematica.pdf>>. Acesso em: 20 de abril de 2023.

COSTA, C. B. S.; CASTRO, J. K. S.; FREIRES, K. C. P. Egyptian fractions: a proof for Fibonacci-Sylvester and Erdős-Stein theorems. *In*: BRITO, Higor Costa de. **Science, society and emerging technologies**. Campina Grande: Editora Amplla, 2023. p. 60-77. Disponível em: <<https://sset.ampllaeditora.com.br/book/1785>>. Acesso em: 20 de abril de 2023.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. 5ª ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2011. Disponível em: <https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/6081521/mod_resource/content/1/%28Saunders%20Series%29%20Domingues%2C%20Hygino%20Hugueros_%20Eves%2C%20Howard%20-%20Introdu%C3%A7%C3%A3o%20%C3%A0%20hist%C3%B3ria%20da%20matem%C3%A1tica-Editora%20da%20Unicamp%20%282004_2008%29.pdf>. Acesso em: 20 de abril de 2023.

HØYRUP, Jens Erik. Egyptian Fractions and Greek Arithmetic. *In*: RENFREW, Colin; ZUBROW, Ezra B. W. (Orgs.). **The Ancient Mind: Elements of Cognitive Archaeology**. Cambridge: Cambridge University Press, 1994. p. 47-57. Disponível em: <<https://link.springer.com/article/10.1007/s004070050022>>.

IMHAUSEN, A. S. J. **Mathematics in Ancient Egypt: A Contextual History**. Princeton: Princeton University Press, 2016.

KATZ, Victor J. (org.). **The Mathematics of Egypt, Mesopotamia, China, India, and Islam: a sourcebook**. Nova Jersey: Princeton University Press, 2007. Disponível em: <<https://archive.org/details/mathematicsofegy0000unse/page/n8/mode/1up?view=theater>>. Acesso em: 25 abr. 2023.

MOL, R. S. **Introdução à história da matemática**. Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013. Disponível em: <https://www.mat.ufmg.br/ead/wp-content/uploads/2016/08/introducao_a_historia_da_matematica.pdf>. Acesso em: 20 de abril de 2023.

ROBINS, Gay; SHUTE, Charles. **The Rhind Mathematical Papyrus: an ancient Egyptian Text**. London: British Museum Publications, 1987. Disponível em: <https://archive.org/details/rhindmathematica0000robi_h8l4/page/n4/mode/1up?view=theater>. Acesso em: 25 abr. 2023.

SIGLER, L. E. **Fibonacci's Liber Abaci: a translation into modern English of Leonardo Pisano's Book of Calculation**. New York: Springer, 2002. Disponível em: <<https://archive.org/details/liber-abaci-o-livro-do-calculo-leonardo-fibonacci/page/n2/mode/1up>>. Acesso em: 27 abr. 2023.

SOBRE OS AUTORES

Carlos Bruno Silva da Costa: Graduando em Licenciatura em Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE), Campus Fortaleza.

Jânio Kléo de Sousa Castro: Mestre em Matemática pela Universidade Federal do Ceará (UFC). Graduado em Matemática pela Universidade Federal do Ceará (UFC). Docente no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE), Campus Fortaleza.

ISBN 978-655376187-2



9

786553

761872